(Folytatás az előző oldalról.)

13. Ha az $ABCD$ négyszögben $ABC\measuredangle = DAB\measuredangle = 60°$ és $CAB\measuredangle = CBD\measuredangle$, akkor előfordulhat, hogy…

(A) $AB < AD + CB$ **(B)** $AB = AD + CB$ **(C)** $AB > AD + CB$

(D) $2AB < AD + CB$ **(E)** $2AB > AD + CB$

14. Az alábbiak közül mely pozitív egész n-ekre lehet az 1, 2, 3, ..., $3n$ számokat n csoportba osztani úgy, hogy minden csoportban három szám legyen, és a három szám közül a legnagyobb egyenlő legyen a másik kettő összegével

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *10*

15. Az ABC háromszögben az AD és BE súlyvonalak M-ben metszik egymást. Melyik következtetés helyes ekkor az alábbiak közül?

(A) *Ha* $AMB\measuredangle = 90°$, *akkor* $AC + BC = 3AB$.

(B) *Ha* $AMB\measuredangle = 90°$, *akkor* $AC + BC < 3AB$.

(C) *Ha* $AMB\measuredangle = 90°$, *akkor* $AC + BC > 3AB$.

(D) *Ha* $AMB\measuredangle < 90°$, *akkor* $AC + BC < 3AB$.

(E) *Ha* $AMB\measuredangle < 90°$, *akkor* $AC + BC > 3AB$.

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2018/19.

ORSZÁGOS DÖNTŐ

FELNŐTT KATEGÓRIA

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálói:
BÉKÉSSY SZILVIA középiskolai tanár
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár
CSUKA RÓBERT egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

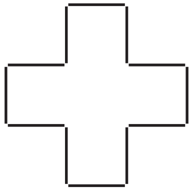
http://www.bolyaiverseny.hu/felnott

Bolyai Matematika Csapatverseny 2018. november 24.
Országos döntő

Felnőtt kategória

A feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel kell jelölni. Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Az ábrán 12 egységhosszú pálcikából egy olyan keresztet raktunk ki, amelynek területe 5 egységnégyzet. A 12 pálcika maradéktalan és átfedés nélküli felhasználásával az alábbiak közül hány egységnégyzet területű síkidom rakható ki?



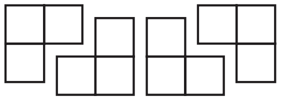
(A) *5-nél kevesebb* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

2. Egy kör alakú asztalnál ülő társaság tagjai felállnak. Amikor visszaülnek, azt veszik észre, hogy senkinek sincs olyan szomszédja, aki előzőleg is a szomszédja volt. Az alábbiak közül hány tagú lehet ez a társaság?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

3. Adott az ábra szerint kitöltött 3×3-as négyzetrács. Egy lépésben ugyanannyival csökkenthetjük három olyan mező mindegyikében az ott lévő számok értékét, amelyek a rács alatti ábrák valamelyike szerint helyezkednek el. (Bármelyik lépésben a négy lehetőség bármelyikét választhatjuk.) Hány ilyen lépéssel érhető el, hogy minden mezőben 0 álljon?

0	9	3
7	12	11
3	9	0



(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *9* **(E)** *10*

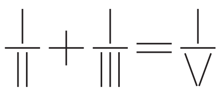
4. Egy téglalapot feldaraboltunk három téglalapra. Az egyik 5 cm × 11 cm-es, a másik 4 cm × 6 cm-es lett. Hány cm^2 lehet a harmadik téglalap területe?

(A) *6* **(B)** *11* **(C)** *20* **(D)** *21* **(E)** *42*

5. Andris felírta egy kör kerületére 1-től 24-ig az egész számokat a következő sorrendben: 11, 1, 20, 5, 12, 21, 9, 14, 8, 22, 16, 7, 19, 3, 17, 23, 2, 15, 24, 10, 6, 13, 4, 18. Ezután meghatározta a közvetlen szomszédok különbségeit (mindig a nagyobb számból vonta ki a kisebbet), és a legkisebb különbség 4 lett. Más sorrendben felírva a számokat, az alábbiak közül mennyi lehet a közvetlen szomszédok legkisebb különbsége?

(A) *6* **(B)** *8* **(C)** *10* **(D)** *12* **(E)** *14*

6. Hány pálcikát lehet úgy máshová helyezni a mellékelt ábrán, hogy az áthelyezés után is három tört szerepeljen, amely az összes pálcikát tartalmazza, és mindig igaz egyenlőséget kapjunk?

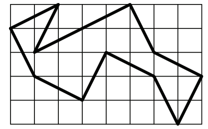


(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

7. Az a, b és c pozitív egészekre $[a, b] = 60$ és $[a, c] = 270$ igaz, ahol $[a, b]$ az a és b számok legkisebb közös többszörösét jelöli. Mennyi lehet $[b, c]$ értéke?

(A) *72* **(B)** *108* **(C)** *270* **(D)** *360* **(E)** *540*

8. Ági egy 5×8-as téglalapon olyan zárt töröttvonalakat rajzol, amelyek felbonthatók 1×2-es téglalapok átlóiból álló részekre. Az ábrán látható egy ilyen töröttvonal, amely 12 darab 1×2-es téglalap-átlóból áll. Az alábbiak közül összesen hány darab 1×2-es téglalap-átlóból állhat az Ági által lerajzolt valamelyik zárt töröttvonal, ha az nem mehet át kétszer ugyanazon a ponton?



(A) *14* **(B)** *17* **(C)** *18* **(D)** *21* **(E)** *24*

9. Az N kétjegyű pozitív egész számot megszoroztuk 2-vel, a kapott eredményben felcseréltünk két számjegyet, az így nyert számot elosztottuk 2-vel, majd az eredmény ismét az N szám lett. Összesen hány ilyen N szám létezik?

(A) *0* **(B)** *4* **(C)** *legalább 9* **(D)** *legalább 14* **(E)** *legalább 18*

10. Egy király őrségébe 240 aranyért beállt 33 vitéz. A ravasz király a vitézeket beoszthatja csapatokba, vagy akár egy csapatban is hagyhatja őket, és utána az összes zsoldot szétosztja a csapatok között. A zsoldot minden csapat a tagjai között egyenlően osztja szét, de a maradékot vissza kell adniuk a királynak. (Az aranyok nem vághatók szét.) Mennyi az a legnagyobb számú arany, amennyit a király visszakaphat, ha egyenlően kell szétosztania a csapatok között az összes zsoldot?

(A) *27* **(B)** *28* **(C)** *29* **(D)** *30* **(E)** *31*

11. Egy 8×8 mezőből álló sakktáblát úgy kell feldarabolnunk n darab téglalapra, hogy egyetlen mezőt sem vághatunk ketté, mindegyik téglalapnak ugyanannyi fehér mezőt kell tartalmaznia, mint feketét, de bármely két különböző téglalapban a fehér mezők számának különböznie kell. Az alábbiak közül n mely értéke esetén tudjuk ezt megvalósítani?

(A) *5* **(B)** *6* **(C)** *7* **(D)** *8* **(E)** *9*

12. Az a természetes szám jegyeinek száma n, az a^3 jegyeinek száma m. Az alábbiak közül mennyi lehet ekkor $n+m$ értéke?

(A) *10* **(B)** *11* **(C)** *12* **(D)** *13* **(E)** *14*

A feladatsor a következő oldalon folytatódik.