

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2016/17. NEMZETKÖZI DÖNTŐ 11. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu>

Az 1-5. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Összesen hány megoldása van az $\begin{cases} x + \frac{x+2y}{x^2+y^2} = 2 \\ y + \frac{2x-y}{x^2+y^2} = 0 \end{cases}$ egyenletrendszernek a va-

lós számpárok halmazán?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

2. Az $ABCD$ paralelogramma minden csúcsa az S sík ugyanazon az oldalán helyezkedik el úgy, hogy az A és C csúcsok S -től való távolsága rendre 4 cm és 8 cm. A paralelogramma S síkra való merőleges vetületének, az $A'B'C'D'$ négyszögnek a területe 10 cm^2 . Hány cm^3 lehet az $ABCD A'B'C'D'$ test térfogata?

(A) 40 (B) 50 (C) 60 (D) 70 (E) 80

3. Amikor Béla érvényes helyjeggyel felszállt a 78 személyes vasúti kocsiba, döbbsen vette észre, hogy ott már minden hely foglalt. Az történt ugyanis, hogy Dani helyjegy nélkül szállt fel. A többi 77 utas pedig – köztük Elek – vásárolt ugyan helyjegyet, de nem feltétlenül oda ültek, ahová a helyjegyük szólt. Béla felállítja azt, aki a helyét elfoglalta. Aki feláll, az most már szintén a saját helyére szeretne leülni, és így tovább. Mindez addig folytatódik, amíg végül Dani lelepleződik. Mit mondhatunk annak valószínűségéről, hogy Elek ülve nézheti végig az eseményeket?

(A) $\frac{1}{4}$ -nél nagyobb (B) $\frac{1}{3}$ -nál nagyobb (C) $\frac{1}{2}$ -nél nem nagyobb

(D) $\frac{1}{2}$ -nél nagyobb (E) $\frac{2}{3}$ -nál nagyobb

4. Adott a síkban két, egymással 36° -os szöget bezáró egyenes. Egy szöcske ugrál ide-oda egyik egyenesről a másikra úgy, hogy minden ugrásának a hossza ugyanakkora. Az alábbiak közül összesen hány különböző pontba juthat el ezen a két egyenesen így ez a szöcske?

(A) 10 (B) 12 (C) 18 (D) 36 (E) 72

5. Az 1 dm sugarú k_1 és k_2 körök a P pontban érintik egymást. A két kör egyik, P -n át nem menő közös érintője e . Legyen $i > 2$ esetén k_i az a k_{i-2} -től különböző kör, amely érinti k_1 -et, k_{i-1} -et és az e egyenest. Hány dm a k_{2021} sugara?

(A) $\frac{1}{2021^2}$ (B) $\frac{1}{2020^2}$ (C) $\frac{1}{2022}$ (D) $\frac{1}{2021}$ (E) $\frac{1}{2020}$