„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2017/18.

Nemzetközi döntő

12. osztály

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu

Az 1-5. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Összesen hány olyan kör van, amelynek vonalán legalább három rajta van a koordinátarendszer $(0;0)$, $(0;1)$, $(0;2)$, $(1;0)$, $(1;1)$, $(2;0)$ pontjaiból?

(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *11* **(D)** *17* **(E)** *20*

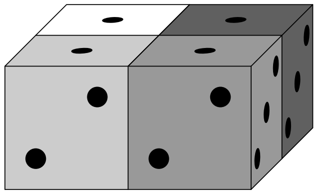
2. Hányadrészét pazaroljuk el egy ceruzának hegyezéskor? Tegyük fel, hogy a ceruza henger alakú, és benne a grafit is egy hengeres rúd, a hengerek tengelye pedig egybeesik. A ceruzát kihegyezzük úgy, hogy a grafit hegye tökéletes kúp alakú legyen, amelynek nyílásszöge 12°. A használat során a ceruza tengelye és a papírlap által bezárt szög mindig 42°. Egészen addig használjuk a ceruzát, amíg már akárhogyan is forgatjuk a tengelye körül, nem tudunk írni vele, mert a fa karcolni kezdi a papírt. Ekkor újra kihegyezzük a ceruzát, egészen addig, amíg a ceruza hegye újra 12°-os kúp lesz, de nem tovább, vagyis a grafit hegyének csúcsa nem változik a hegyezés során, az csak a használat során kopik. A grafit hányadrészét pazaroljuk el azzal, hogy a hegyezések során mindig valamennyit leforgácsolunk? (A ceruza kellően hosszú, és a hosszúsága olyan, hogy minden hegyezést teljes egészében el lehet végezni, sehol nem marad töredék. Kezdetben a ceruza már ki van hegyezve, ugyanúgy, mint a későbbiekben.)

(A) $\frac{1}{3}$ **(B)** $\frac{1}{2}$*-nél kevesebb* **(C)** $\frac{1}{2}$ **(D)** $\frac{1}{2}$*-nél több* **(E)** $\frac{2}{3}$

3. Van 100 külsőre egyforma golyóm, közülük az egyik radioaktív, de nem tudom, melyik az. Egy ismerősöm kizárólag nem radioaktív golyókat venne tőlem, darabját 1 dollárért. Egy másik ismerősömnek viszont van egy műszere, amivel akárhány golyóról el tudja dönteni, van-e köztük radioaktív. Egy mérésért 1 dollárt kér, de a műszere olyan, hogy ha a mérendő golyók között van radioaktív, akkor a mérés közben az összes golyó radioaktívvá válik. Hány dollár az a legnagyobb nyereség, amit mindenképpen el tudok érni?

(A) *80* **(B)** *85* **(C)** *88* **(D)** *90* **(E)** *91*

4. Négy különböző színű, szabályos dobókockát elhelyeztünk egymás mellett az ábrán látható módon. Egy lépésben a következőt tehetjük: megfogunk két lapszomszédos kockát, és ezeket a közös lap középpontján átmenő, arra merőleges tengely körül 90°-kal elforgatjuk. Összesen hányféle különböző elrendezést lehet létrehozni ilyen lépésekkel?



(A) 2^{12} **(B)** 12^4*-nél kevesebb* **(C)** 12^4 **(D)** 12^4*-nél több* **(E)** 24^4

5. Adott a síkon négy pont úgy, hogy a páronkénti távolságaik pontosan kétféle értéket, a-t és b-t vesznek fel. Mennyi lehet a/b, ha tudjuk, hogy $a > b$?

(A) $\sqrt{2}$ **(B)** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ **(C)** $\sqrt{3}$ **(D)** $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ **(E)** 2