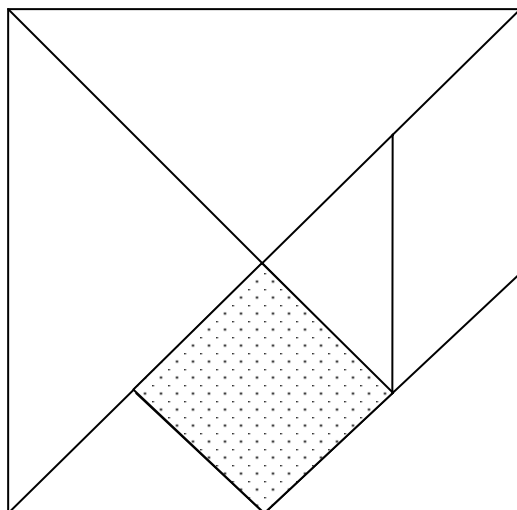


## Feladatsor az 5. osztály döntőjére

- I. Ha egy négyzetet az ábrán látható módon feldarabolunk, akkor a tangram nevű ősi kínai játékot kapjuk. Mekkora a nagy négyzet területe, ha a kicsié  $8 \text{ cm}^2$ ? (A kis négyzet egyik csúcsa a nagy négyzet oldalának felezőpontjában található.)



**Megoldás:** Daraboljuk az ábrát a négyzet felével egybevágó derékszögű háromszögekre, ezek területe  $4 \text{ cm}^2$ . Ilyen háromszögből 16 darabra van szükségünk a nagy négyzet lefedéséhez. Vagyis a nagy négyzet területe  $64 \text{ cm}^2$ .

- II. Egy négyemeletes házban 60 család lakik. Az első és a második emeleten 30, a második és a harmadik emeleten 32 család. A negyedik emeleten a családok negyede lakik. A földszinten nincsenek lakások, ott csak üzletek vannak. Hány család lakik az egyes emeleteken?

**Megoldás:** A negyedik emeleten  $60:4 = 15$  család lakik.  
A második emeleten  $30 + 32 + 15 - 60 = 17$  család lakik.  
Az első emeleten  $30 - 17 = 13$  család lakik.  
A harmadikon  $32 - 17 = 15$  család lakik.

### Villámkérdés

- III. A következő számsor 2004 darab számot tartalmaz:  $\underbrace{6, 3, 0, 2, 2, 0}_{6}, \underbrace{6, 3, 0, 2, 2, 0}_{6}, \dots$

Mennyi a 2004 darab szám összege?

**Megoldás:**  $2004 : 6 = 334$  darab 6-os csoportot tudunk kialakítani. Egy csoportban a tagok összege 13, és  $334 \cdot 13 = 4342$  a számok összege.

## Feladatsor a 6. osztály döntőjére

- I.  $1 \text{ cm}^3$  térfogatú kockákból  $4 \text{ cm}^2$  alapterületű téglatestet építettünk. Lehet-e az így kapott téglatest felszíne  $2004 \text{ cm}^2$ .

**Megoldás:** Az oldallapok területe  $2004 - 2 \cdot 4 = 1996 \text{ cm}^2$ . Az alaplap:  $1 \cdot 4$  vagy  $2 \cdot 2$ , így az alaplap kerülete  $10 \text{ cm}$  vagy  $8 \text{ cm}$ . Az  $1996$  egyikkel sem osztható. Nincs ilyen téglatest.

- II. Egy apának 16 tehené volt. Az első naponta  $1 \text{ l}$  tejet, a második naponta  $2 \text{ l}$  tejet, a harmadik naponta  $3 \text{ l}$  tejet, és így tovább, a tizenhatodik naponta  $16 \text{ l}$  tejet adott. Az apa úgy akarta szétosztani négy fia között a teheneket, hogy mindegyik fia ugyanannyi tehenet kapjon, s azok naponta egyforma mennyiségű tejet adjanak. Szét lehet így osztani a teheneket? Ha igen, hogyan? Ha nem, miért nem?

**Megoldás:** Mindegyik fiú négy tehenet kap. A 16 tehen összesen  $1 + 2 + 3 + \dots + 15 + 16 = 136$  liter tejet ad naponta. Ezért olyan négyes csoportokat kell kialakítani, amelyeknek a napi tejhozama összesen  $34$  liter.

Egy lehetséges megoldás: I. 1, 8, 9, 16;  
II. 2, 7, 10, 15;  
III. 3, 6, 11, 14;  
IV. 4, 5, 12, 13.

Vagyis a szétosztás megvalósítható.

### Villámkérdés

- III. Milyen számjegy áll a százask helyiértékén a következő szorzatban:  $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19$ ?

**Megoldás:** Van három 5-ös és van három 2-es prímtényezőnk, ezért a szorzat  $1000$ -nek többszöröse, így a százask helyiértékén  $0$  áll.

## Feladatsor a 7. osztály döntőjére

- I. A négyfős csapat véleménye megoszlott egy négyszögről. László azt állítja, hogy az egy négyzet, András szerint paralelogramma, Elemér szerint trapéz, Szilvia pedig azt állítja, hogy deltoid. Az elhangzott négy állítás közül csak három igaz. Milyen négyszögről van szó?

**Megoldás:** László állítása nem lehet igaz, mert akkor a többi is igaz. András után már csak Szilvia mond újat, Elemér nem, azaz a négyszög paralelogramma és deltoid: vagyis rombusz.

- II. Négy szám összege 100. Ha az elsőt 3-mal megszorozzuk, a másodikat megfelezzük, a harmadikból hatot elveszünk, a negyediket 10-zel növeljük, azonos számokat kapunk. Mi volt a négy szám?

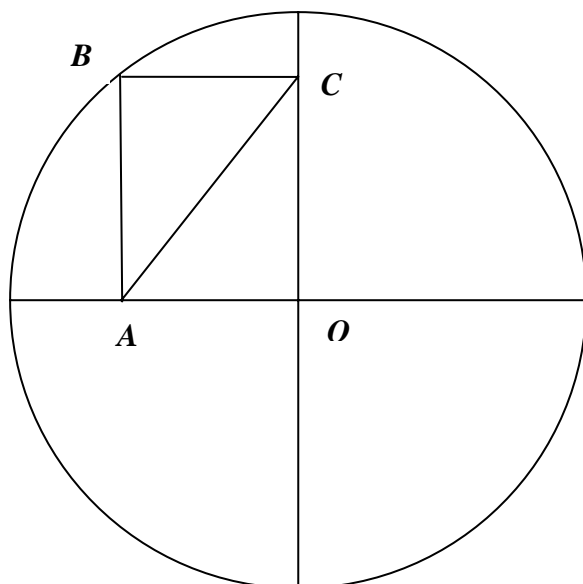
**Megoldás:** A műveletek végrehajtása után kapott számot jelöljük  $a$ -val, ekkor

$$\frac{a}{3} + 2a + a + 6 + a - 10 = 100, \text{ amiből } a = 24. \text{ Így az eredeti négy szám: } 8, 48, 30, 14.$$

Ezek valóban megfelelnek a feltételeknek.

### Villámkérdés

- III. A 2 cm sugarú körben  $AB$ , illetve  $BC$  párhuzamos a megrajzolt és egymásra merőleges sugarakkal. Ha  $OC = 1,8$  cm, mekkora  $AC$  hossza?



**Megoldás:** Mivel  $OABC$  téglalap, ezért átlói egyenlő hosszúak. Így  $AC$  azonos hosszúságú  $OB$  sugárral, azaz 2 cm.

## Feladatsor a 8. osztály döntőjére

- I. Az  $ABC$  háromszögben megrajzoltuk a  $C$  szög szögfelezőjét. Ezután a szögfelezővel párhuzamost húztunk  $B$ -n keresztül. Ez  $D$ -ben metszette  $AC$  meghosszabbítását. Mutassuk ki, hogy a  $BCD$  háromszög egyenlő szárú!

**Megoldás:** Ha a  $C$  szög szögfelezője az  $AB$  szakaszt  $E$ -ben metszi, akkor  $ACE\hat{=}CDB\hat{=}$  (egyállásúak),  $ECB\hat{=}CBD\hat{=}$  (váltószögek). Mivel  $CE$  szögfelező, ezért  $ACE\hat{=}ECB\hat{=}$ , így  $CDB\hat{=}CBD\hat{=}$ . Egy adott háromszögben egyenlő szögekkel szemben egyenlő oldalak vannak, ezért  $BCD$  háromszög egyenlő szárú.

- II. Hetedhétország határát csak az lépheti át, aki tud hét olyan egymást követő egész számot mondani, amelyeknek az összege pozitív prímszám, és előtte ezt a hét számot még senki sem mondta. Megkaphatja Juliska a belépési engedélyt, ha Jancsi már átjutott a határon?

**Megoldás:** Legyen a hét egymást követő egész szám  $a-3, a-2, a-1, a, a+1, a+2, a+3$ , ekkor az összegük  $7a$ . Ez csak akkor lehet prím, ha  $a = 1$ . Vagyis Jancsi a  $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$  számokat mondhatta. Mivel több ilyen számhates nem létezik, ezért senki nem lépheti már át a határt, még Juliska sem.

### Villámkérdés

- III. Számítsátok ki a következő kifejezés számértékét: 
$$\frac{\left(7\frac{4}{5}-1\frac{7}{16}\right)\left(6\frac{2}{3}+3\frac{4}{7}\right)\left(4\frac{1}{2}-\frac{18}{4}\right)}{\left(13\frac{3}{5}+3\frac{5}{7}\right)(3,6-2,5)\left(13\frac{3}{5}+3\frac{5}{7}\right)}!$$

**Megoldás:** A számláló harmadik tényezője 0, a nevező nem 0, ezért a tört értéke 0.