

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY  
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)**

**FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK**

**3. osztály**

**1. feladat (2 pont):**

Hány olyan háromjegyű szám létezik, amelyben a számjegyek összege 5?

**Megoldás:**

15 darab ilyen szám van.

$$5 = 5+0+0 = 4+1+0 = 3+2+0 = 3+1+1=2+2+1$$

A keresett számok: 500, 401, 410, 104, 140, 302, 320, 203, 230, 311, 131, 113, 221, 212, 122

**2. feladat (5 pont):**

Gyöngyi gyöngyszemeket fűz egy zsinegre. Először 1 pirosat, utána 2 sárgát, aztán 3 zöldet, majd újra 1 piros, 2 sárga és 3 zöld következik és ezt így folytatja tovább, míg 100 szemet fel nem fűz. Milyen színű lesz a 77. felfűzött gyöngyszem?

**Megoldás:**

Zöld színű lesz.

$1 + 2 + 3 = 6$ . Hatosával minden újra ismétlődik.  $77 = 60 + 12 + 5$ , ezért a 77. szem megegyezik az ötödikkel, ami zöld színű.

**3. feladat (3 pont):**

Libasorban mentek a tóhoz a libák. Egy liba ment kettő liba előtt, egy liba ment kettő liba között és egy liba ment kettő liba után. Hány liba ment összesen a tóhoz?

**Megoldás:**

Egy liba ment kettő liba előtt, ez együtt 3 liba, és több liba nem is lehet.

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY  
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)**

**FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK**

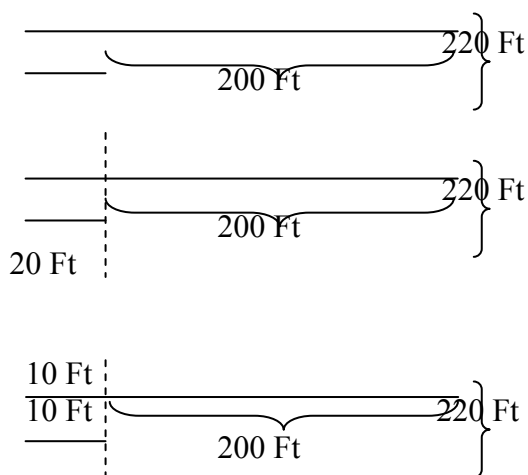
**4. osztály**

**1. feladat (2 pont):**

Egy üveg dugóval együtt 220 forintba kerül. Az üveg 200 forinttal drágább, mint a dugó. Mennyibe kerül az üveg, és mennyibe a dugó?

**Megoldás:**

Az üveg 210 és a dugó 10 forintba.



Indoklás nélkül csak 1 pont adható.

**2. feladat (5 pont):**

A következő számsor 2008 darab számot tartalmaz: 1, 4, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 4, ... Mennyi a 2008 darab szám összege?

**Megoldás:**

Az összeg 5020.

$2008 = 4 \cdot 502$ , így az 1, 4, 3, 2 számnégyes 502-szer ismétlődik. Tehát az összeg  $502 \cdot 10 = 5020$ .

**3. feladat (3 pont):**

Adjatok meg néhány pozitív egész számot úgy, hogy azok szorzata is és összege is 9 legyen!

**Megoldás:**

$3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 9$  és  $3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 9$

$9 = 3 \cdot 3$ . Ezen tényezők összege kevesebb 9-nél. Egy szorzatba akárhány 1-es tényezőt írva, nem változik a szorzat eredménye, viszont a tényezők összege nőni fog. Ezért annyi 1-es tényezőt írunk, amennyi szükséges, hogy a tényezők összege 9 legyen.

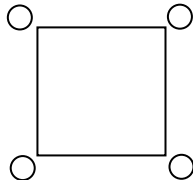
**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY  
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)**

**FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK**

**5. osztály**

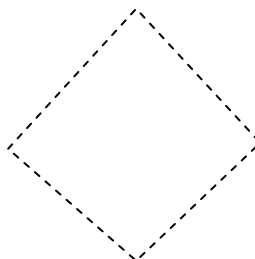
**1. feladat (2 pont):**

Egy négyzet alakú halastó sarkain egy-egy fa áll. Hogyan lehet a tavat kétszer akkorrá nagyítani úgy, hogy a tó négyzet alakú maradjon, és a fák is a helyükön, a vízparton maradjanak?



**Megoldás:**

A „négyzetet” átlóival 4 háromszögre daraboljuk, és ezeket a négyzet oldalaira tükrözzük.



**2. feladat (5 pont):**

Az agár meglát egy 50 méter távolságra levő nyulat, és azonnal üldözni kezdi, de a nyúl is azonnal menekülni kezd. Az agár másodpercenként 15 métert, a nyúl másodpercenként 12 métert tesz meg. Utoléri-e az agár a nyulat, ha csak 15 másodpercig képes ilyen sebességgel futni? Válaszotokat indokoljátok!

**Megoldás:**

Nem éri utol.

$$15 \cdot 15 \text{ m} = 225 \text{ m} < 50 \text{ m} + 15 \cdot 12 \text{ m} = 50 \text{ m} + 180 \text{ m} = 230 \text{ m}.$$

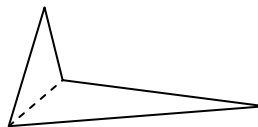
**3. feladat (3 pont):**

Van-e olyan négyszög, amelynek belsejében csak egy átló húzható?

**Megoldás:**

Igen, van.

Minden konkáv négyszög ilyen.



**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY  
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)**

**FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK**

**6. osztály**

**1. feladat (2 pont):**

Két dobozban együttvéve 820 alma van. Hány alma van a két dobozban külön-külön, ha tudjuk, hogy az első dobozból 31 almát áttéve a második dobozba, az elsőben háromszor annyi alma marad, mint a második dobozban?

**Megoldás:**

Az elsőben 646, a másodikban 174 alma.

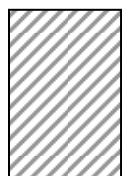
Ha áttettük az első dobozból a másodikba 31 almát, a két dobozban együtt ekkor is 820 alma lesz. Ha ekkor a második dobozbelit egy résznek nézzük, az elsőben három ilyen rész található. Együtt ez így 4 egyforma rész és ez 820 almát jelent. Így egy rész  $820 : 4 = 205$  almát jelent. Az áttevés után a második dobozban 205, az elsőben  $3 \cdot 205 = 615$  alma lett. Ha most visszatesszük az elsőbe az eredetileg ott lévő 31 almát, megkapjuk, hogy az első  $615 + 31 = 646$  alma, és a második  $205 - 31 = 174$  almát tartalmazott.

**2. feladat (5 pont):**

Egy tartály 8 csap megnyitásával 12 perc alatt töltődik fel. A 8 csappal 3 percig töltöttük a tartályt, majd újabb 4 azonos kapacitású csapot is megnyitottunk. Innentől számítva hány perc múlva telítődik a tartály?

**Megoldás:**

6 perc múlva (összesen így 9 perc szükséges).



8 csap    12 perc alatt    teljesen teletölti  
↓  
8 csap    3 perc alatt    negyedéig tölti



12 csap  
háromnegyedét  
kell feltöltse

8 csap teletölti 12 perc alatt → 1 csap 96 perc alatt tölti tele →  
→ 12 csap 8 perc alatt tölti tele → 12 csap negyedét  $8 : 4 = 2$  perc alatt tölti fel  
→ 12 csap háromnegyedét  $3 \cdot 2 = 6$  perc alatt tölti fel.

**3. feladat (3 pont):**

Keressetek 4 olyan természetes számot, amelyek összege is, szorzata is páratlan!

**Megoldás:**

Nincs ilyen.

Ha a szorzatuk páratlan, akkor mind a négy számnak páratlannak kell lennie. Négy páratlan összege viszont páros.

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY  
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)**

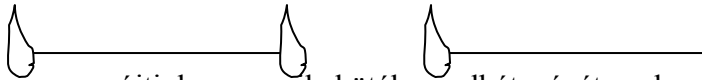
**FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK**

**7. osztály**

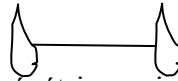
**1. feladat (2 pont):**

Van két zsinórunk, amelyeket ha az egyik végükön meggyújtunk, egyenként 1 óra alatt égnék végig (de az égés nem egyenletes). Hogyan mérhetünk ki ezek segítségével 45 percet? (Kellő mennyiségű gyújtóanyaggal rendelkezünk.)

**Megoldás:**



Egyszerre meggyújtjuk az egyik kötélt mindkét végét, valamint a másik kötélt egyik végét. Amikor a mindkét végén égő lángja összeér 30 perc telt el.



Ekkor a másik égő kötélnél meggyújtjuk a másik végét is, ami ezt követően 15 percen belül kell végig égjén.

**2. feladat (5 pont):**

Melyek azok a kétjegyű természetes számok, amelyeknek a legtöbb pozitív osztója van?

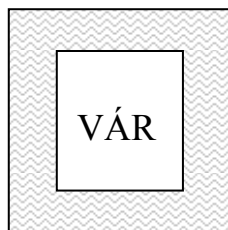
**Megoldás:**

Öt ilyen van : 60, 72, 84, 90, 96, mindegyiknek 12 db osztója van.  
Prímtényezős felbontással indokolunk.

Indoklás nélkül minden jó szám 0,5 pont. Helyes indoklással együtt adható csak meg a maximális 5 pont.

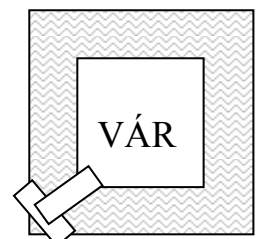
**3. feladat (3 pont):**

Az ábrán látható várak szélessége mindenütt egyforma. Hogyan lehetne hidat építeni az árok fölé két olyan deszkából, amelyek hossza egyenként 3 cm-rel rövidebb, mint az árok szélessége?



**Megoldás:**

A saroknál helyezzük el a deszkákat, ahogyan az ábrán láthatjuk.



**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY  
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)**

**FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK**

**8. osztály**

**1. feladat (2 pont):**

Mutassátok meg, hogy az  $a = 1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \cdot 6 + 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 + 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 + \dots$  kifejezés értéke nem lehet négyzetszám, ha az összeadandó tagok száma legalább kettő!

**Megoldás:**

A harmadiktól kezdve mindegyik tag nullára végződik, míg az első két tag összege 7. Így az  $a$  szám utolsó jegye 7. Négyzetszám csak 0, 1, 5, 6 vagy 9-re végződhet, így  $a$  nem lehet négyzetszám.

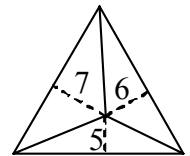
**2. feladat (5 pont):**

Egy szabályos háromszög egy belső pontja az oldalaktól rendre 5, 6 és 7 egység távolságra van. Hány egység hosszú lehet a háromszög magassága?

**Megoldás:**

18 egység.

Ha a háromszög oldalhossza  $x$ , a magassága  $m$ , akkor a területe egyrészt  $xm/2$ , másrészt három háromszögre bontva  $7x/2 + 6x/2 + 5x/2$ . Tehát  $xm = (7 + 6 + 5)x$ , így  $m = 18$ .



**3. feladat (3 pont):**

Kati 2 napja 13 éves volt, jövőre 16 éves lesz. Lehetséges ez? Indokoljátok válaszotokat!

**Megoldás:**

Lehetséges.

A mondat január 1-jén hangzik el. Ekkor, ha Kati előző év dec. 30-án betöltötte a 13. évét, így dec. 31-én már 14 éves és idén dec. 31-én már 15 éves lesz. Így jövő év dec. 31-én már 16 éves lesz.