BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

3. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Hány olyan háromjegyű szám létezik, amelyben a számjegyek összege 5?

Megoldás:
15 darab ilyen szám van.
5 = 5+0+0 = 4+1+0 = 3+2+0 = 3+1+1=2+2+1
A keresett számok: 500, 401, 410, 104, 140, 302, 320,203, 230, 311, 131, 113, 221, 212, 122

2. feladat (*5 pont*):
Gyöngyi gyöngyszemeket fűz egy zsinegre. Először 1 pirosat, utána 2 sárgát, aztán 3 zöldet, majd újra 1 piros, 2 sárga és 3 zöld következik és ezt így folytatja tovább, míg 100 szemet fel nem fűz. Milyen színű lesz a 77. felfűzött gyöngyszem?

Megoldás:
Zöld színű lesz.
1 + 2 + 3 = 6. Hatosával minden újra ismétlődik. 77 = 60 + 12 + 5, ezért a 77. szem megegyezik az ötödikkel, ami zöld színű.

3. feladat (*3 pont*):
Libasorban mentek a tóhoz a libák. Egy liba ment kettő liba előtt, egy liba ment kettő liba között és egy liba ment kettő liba után. Hány liba ment összesen a tóhoz?

Megoldás:
Egy liba ment kettő liba előtt, ez együtt 3 liba, és több liba nem is lehet.

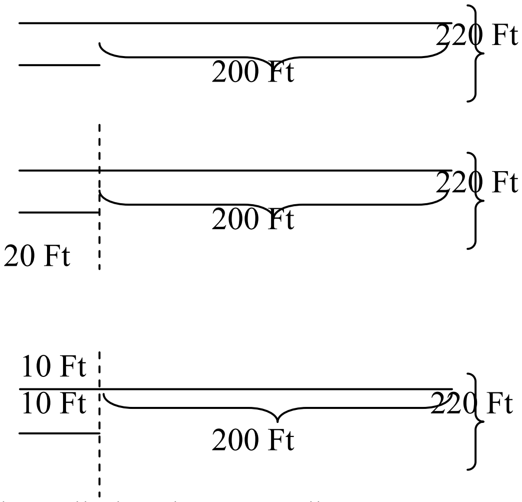
BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

4. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Egy üveg dugóval együtt 220 forintba kerül. Az üveg 200 forinttal drágább, mint a dugó. Mennyibe kerül az üveg, és mennyibe a dugó?

Megoldás:
Az üveg 210 és a dugó 10 forintba.



Indoklás nélkül csak 1 pont adható.

2. feladat (*5 pont*):
A következő számsor 2008 darab számot tartalmaz: 1, 4, 3, 2, 1, 4, 3, 2, 1, 4, … Mennyi a 2008 darab szám összege?

Megoldás:
Az összeg 5020.
$2008 = 4 \cdot 502$, így az 1, 4, 3, 2 számnégyes 502-szer ismétlődik. Tehát az összeg $502 \cdot 10 = 5020$.

3. feladat (*3 pont*):
Adjatok meg néhány pozitív egész számot úgy, hogy azok szorzata is és összege is 9 legyen!

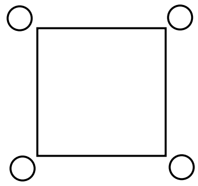
Megoldás:
$3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 9$ és $3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 9$
$9 = 3 \cdot 3$. Ezen tényezők összege kevesebb 9-nél. Egy szorzatba akárhány 1-es tényezőt írva, nem változik a szorzat eredménye, viszont a tényezők összege nőni fog. Ezért annyi 1-es tényezőt írunk, amennyi szükséges, hogy a tényezők összege 9 legyen.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)

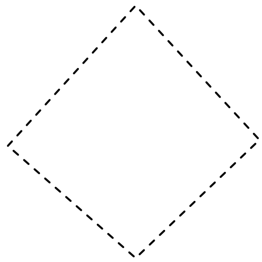
FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

5. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Egy négyzet alakú halastó sarkain egy-egy fa áll. Hogyan lehet a tavat kétszer akkorára nagyítani úgy, hogy a tó négyzet alakú maradjon, és a fák is a helyükön, a vízparton maradjanak?



Megoldás:
A „négyzetet” átlóival 4 háromszögre daraboljuk, és ezeket a négyzet oldalaira tükrözzük.

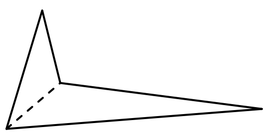


2. feladat (*5 pont*):
Az agár meglát egy 50 méter távolságra levő nyulat, és azonnal üldözni kezdi, de a nyúl is azonnal menekülni kezd. Az agár másodpercenként 15 métert, a nyúl másodpercenként 12 métert tesz meg. Utoléri-e az agár a nyulat, ha csak 15 másodpercig képes ilyen sebességgel futni? Válaszotokat indokoljátok!

Megoldás:
Nem éri utol.
15 * 15 m = 225 m < 50 m + 15 * 12 m = 50 m + 180 m = 230 m.

3. feladat (*3 pont*):
Van-e olyan négyszög, amelynek belsejében csak egy átló húzható?

Megoldás:
Igen, van.
Minden konkáv négyszög ilyen.



BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

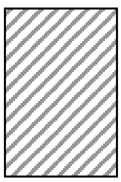
6. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Két dobozban együttvéve 820 alma van. Hány alma van a két dobozban külön-külön, ha tudjuk, hogy az első dobozból 31 almát áttéve a második dobozba, az elsőben háromszor annyi alma marad, mint a második dobozban?

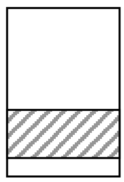
Megoldás:
Az elsőben 646, a másodikban 174 alma.
Ha áttettük az első dobozból a másodikba 31 almát, a két dobozban együtt ekkor is 820 alma lesz. Ha ekkor a második dobozbelit egy résznek nézzük, az elsőben három ilyen rész található. Együtt ez így 4 egyforma rész és ez 820 almát jelent. Így egy rész 820 : 4 = 205 almát jelent. Az áttevés után a második dobozban 205, az elsőben 3≅205 = 615 alma lett. Ha most visszatesszük az elsőbe az eredetileg ott lévő 31 almát, megkapjuk, hogy az első 615 + 31 = 646 alma, és a második 205 – 31 = 174 almát tartalmazott.

2. feladat (*5 pont*):
Egy tartály 8 csap megnyitásával 12 perc alatt töltődik fel. A 8 csappal 3 percig töltöttük a tartályt, majd újabb 4 azonos kapacitású csapot is megnyitottunk. Innentől számítva hány perc múlva telítődik a tartály?

Megoldás:
6 perc múlva (összesen így 9 perc szükséges).



8 csap 12 perc alatt teljesen teletölti
8 csap 3 perc alatt negyedéig tölti



12 csap háromnegyedét kell feltöltse

8 csap teletölti 12 perc alatt → 1 csap 96 perc alatt tölti tele →
→ 12 csap 8 perc alatt tölti tele → 12 csap negyedét 8 : 4 = 2 perc alatt tölti fel
→ 12 csap háromnegyedét 3 * 2 = 6 perc alatt tölti fel.

3. feladat (*3 pont*):
Keressetek 4 olyan természetes számot, amelyek összege is, szorzata is páratlan!

Megoldás:
Nincs ilyen.
Ha a szorzatuk páratlan, akkor mind a négy számnak páratlannak kell lennie. Négy páratlan összege viszont páros.

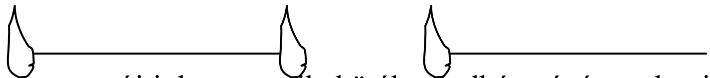
BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

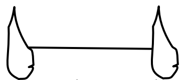
7. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Van két zsinórunk, amelyeket ha az egyik végükön meggyújtunk, egyenként 1 óra alatt égnek végig (de az égés nem egyenletes). Hogyan mérhetünk ki ezek segítségével 45 percet? (Kellő mennyiségű gyújtóanyaggal rendelkezünk.)

Megoldás:



Egyszerre meggyújtjuk az egyik kötél mindkét végét, valamint a másik kötél egyik végét. Amikor a mindkét végén égő lángja összeér 30 perc telt el.



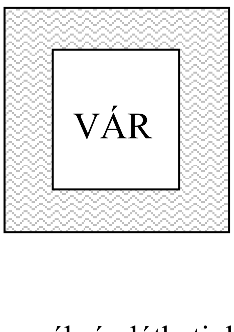
Ekkor a másik égő kötélnek meggyújtjuk a másik végét is, ami ezt követően 15 percen belül kell végig égjen.

2. feladat (*5 pont*):
Melyek azok a kétjegyű természetes számok, amelyeknek a legtöbb pozitív osztójuk van?

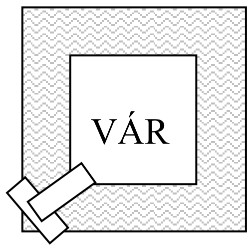
Megoldás:
Öt ilyen van : 60, 72, 84, 90, 96, mindegyiknek 12 db osztója van.
Prímtényezős felbontással indokolunk.

Indoklás nélkül minden jó szám 0,5 pont. Helyes indoklással együtt adható csak meg a maximális 5 pont.

3. feladat (*3 pont*):
Az ábrán látható várárok szélessége mindenütt egyforma. Hogyan lehetne hidat építeni az árok fölé két olyan deszkából, amelyek hossza egyenként 3 cm-rel rövidebb, mint az árok szélessége?



Megoldás:
A saroknál helyezzük el a deszkákat, ahogyan az ábrán láthatjuk.



BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2008. NOVEMBER 22.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

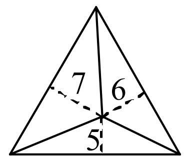
8. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Mutassátok meg, hogy az $a = 1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \cdot 6 + 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 + 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 + ...$ kifejezés értéke nem lehet négyzetszám, ha az összeadandó tagok száma legalább kettő!

Megoldás:
A harmadiktól kezdve mindegyik tag nullára végződik, míg az első két tag összege 7. Így az *a* szám utolsó jegye 7. Négyzetszám csak 0, 1, 5, 6 vagy 9-re végződhet, így *a* nem lehet négyzetszám.

2. feladat (*5 pont*):
Egy szabályos háromszög egy belső pontja az oldalaktól rendre 5, 6 és 7 egység távolságra van. Hány egység hosszú lehet a háromszög magassága?

Megoldás:
18 egység.
Ha a háromszög oldalhossza x, a magassága m, akkor a területe egyrészt $xm/2$, másrészt három háromszögre bontva $7x/2 + 6x/2 + 5x/2$. Tehát $xm = (7+6+5)x$, így $m = 18$.



3. feladat (*3 pont*):
Kati 2 napja 13 éves volt, jövőre 16 éves lesz. Lehetséges ez? Indokoljátok válaszotokat!

Megoldás:
Lehetséges.
A mondat január 1-jén hangzik el. Ekkor, ha Kati előző év dec. 30-án betöltötte a 13. évét, így dec. 31-én már 14 éves és idén dec. 31-én már 15 éves lesz. Így jövő év dec. 31-én már 16 éves lesz.