

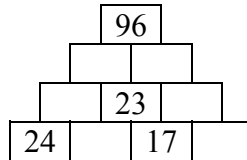
**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2010. NOVEMBER 27.)**

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

3. osztály

1. feladat (2 pont):

A mellékelt ábrán két egymás melletti mező számának összege mindig a közvetlen felettük lévő mezőben szerepel. Fejtsétek meg a hiányzó számokat!



Megoldás:

A baloldali három mezőbe tartozó három szám (6, 30, 53) megtalálása (1 pont), a jobboldaliba tartozóké (fentről lefelé: 43, 20, 3). (1 pont).

2. feladat (5 pont):

Egy 8, egy 5 és egy 3 literes edényünk van. A 8 literes edény tele van vízzel, a másik két edény üres. Csak ezek segítségével hogyan tudtok kimérni 1 liter vizet?

Megoldás:

Egy lehetséges megoldás követhető a táblázatban:

8 literes edényben	8	3	3	6	6	1
5 literes edényben	0	5	2	2	0	5
3 literes edényben	0	0	3	0	2	2

Lépésenként 1 pont; más módszernél arányosan osztandó az 5 pont.

3. feladat (3 pont):

Melyik alakzat mennyit ér, ha igazak az egyenlőségek?

$$\bigcirc \cdot \bigcirc + \bigcirc = 12$$

$$\wedge \cdot \wedge + \wedge = 30$$

$$\square \cdot \square + \square = 56$$

$$\bullet \cdot \bullet - \bullet = 12$$

$$\blacktriangle \cdot \blacktriangle - \blacktriangle = 30$$

$$\blacksquare \cdot \blacksquare - \blacksquare = 56$$

Megoldás:

$$\bigcirc = 3$$

$$\triangle = 5$$

$$\square = 7$$

$$\bullet = 4$$

$$\blacktriangle = 6$$

$$\blacksquare = 8$$

Helyes megoldásonként 0,5 pont.

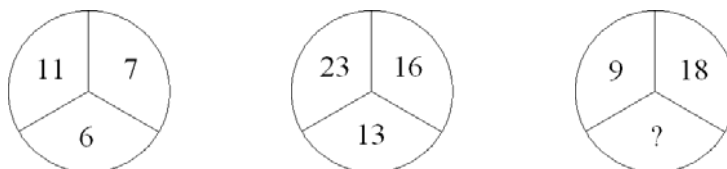
**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2010. NOVEMBER 27.)**

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

4. osztály

1. feladat (2 pont):

Milyen számot írnátok a kérdőjel helyére? Miért?



Megoldás:

$(11 + 7) : 3 = 6$ és $(23 + 16) : 3 = 13$ (1 pont).

A kérdőjel helyére $(9 + 18) : 3 = 9$ kerül (1 pont).

Más logikai érvekkel alátámasztott megoldásra is megadható a 2 pont.

2. feladat (5 pont):

Alpár, Béla és Csaba matematikai pontversenyt vív egymással. Hányféle végeredménye lehet a versenynek?

Megoldás:

Ha nincs holtverseny, akkor hatféleképpen (2 pont). Ha kettős holtverseny van, az lehet az 1-2. helyen háromféleképpen (1 pont), vagy a 2-3. helyen szintén háromféleképpen (1 pont). Előfordulhat még, hogy hármas holtverseny alakul ki, ez egyféleképpen történhet (1 pont). Tehát összesen 13-féle végeredmény lehetett.

3. feladat (3 pont):

Az asztalon ezek a számkártyáink vannak: .

Legkevesebb hány darab számkártyát kell közülük csukott szemmel kihúzni, hogy a kihúzottak között biztosan legyen

- a) páros szám?
- b) kétjegyű szám?
- c) háromjegyű szám?

Megoldás:

a) Hármát. (1 pont)

b) Négyet. (1 pont)

c) Hatot. (1 pont)

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2010. NOVEMBER 27.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

5. osztály

1. feladat (2 pont):

Kukutyinban egy köteg zab 23 fityingbe kerül. Matyó vásárláskor veszi észre, hogy nála csupa 3 fityingese, míg az eladónál csak 5 fityingese vannak. Legkevesebb hány 3 fityingese kell Matyónál lennie, hogy kifizethesse a vásárlandó 1 köteg zabot, és a visszajárót is megkaphassa az eladótól?

Megoldás:

23 nem fizethető ki pontosan csupa 3 fityingessel, ezért 23-nál több fityinget kell Matyónak átadnia, mégpedig olyan összeget, ami 23-nál 5 többszörösével nagyobb. Ilyenek a 28, 33, 38, Ezek közül a 33 a legkisebb, ami osztható 3-mal (1 pont). Ekkor ad 11 darab 3 fityingest és visszacap 2 darab 5 fityingest (1 pont).

2. feladat (5 pont):

Melyik az a legkisebb természetes szám, amelyet ha 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, illetve 6-tal osztunk, rendre az 1, 2, 3, 4, illetve 5 maradékokat kapjuk?

Megoldás:

A keresett számot 1-gyel növelve, osztható lesz 2, 3, 4, 5 és 6-tal is (2 pont). A legkisebb ilyen pozitív egész a 60 (2 pont). A keresett szám az 59. (1 pont)

Ha próbálgatással találják rá és igazolást nyer az is, hogy valóban ez a legkisebb, akkor megkapják az 5 pontot (ha csak megtalálják és nem indokolják, miért ez a legkisebb, akkor 3 pont).

3. feladat (3 pont):

A szabónak van egy 39 méteres posztódarabja, ebből minden nap levág 3 métert. Hányadik nap vágja le az utolsó darabot?

Megoldás:

12 vágással vágja le az egészt, így a 12. napon. (2 pont).

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2010. NOVEMBER 27.)**

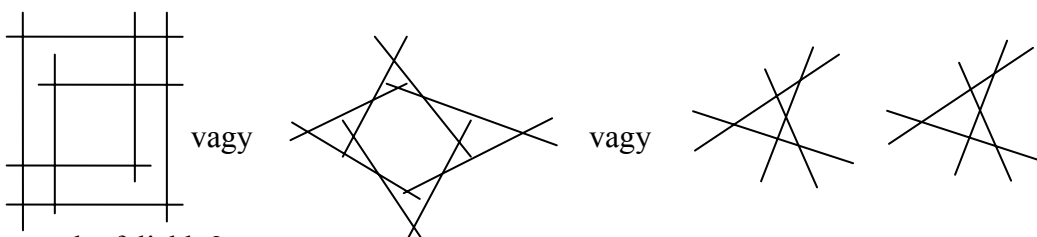
FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

6. osztály

1. feladat (2 pont):

Rajzoljatok fel 8 szakaszt úgy, hogy mindegyik 3 másikat metsszen! Adjatok meg két eltérő megoldást!

Megoldás:



Helyes ábránként 1-1 pont, legfeljebb 2 pont.

2. feladat (5 pont):

Felírhatjuk-e egy kocka éleire az 1, 2, 3, 4, ..., 11, 12 számokat úgy, hogy az egy-egy csúcsba befutó három élen levő számok összege ugyanannyi legyen?

Megoldás:

Ha összeadjuk a csúcsokban lévő összegeket, ebben mindegyik szám kétszer szerepel, ezért az eredmény 156 lesz (2 pont). Ha viszont mind a 8 csúcsnál egyenlők az összegek, akkor a csúcsokban lévő számok összegének oszthatónak kell lennie nyolccal (2 pont), de 156 nem osztható 8-cal. Tehát nem lehetséges. (1 pont)

3. feladat (3 pont):

Mutassátok meg, hogy három természetes szám közül mindig ki lehet választani kettőt, amelyek összege osztható 2-vel!

Megoldás:

A számok között előfordulhat páros vagy páratlan is (1 pont). A három közül kettő biztosan azonos paritású (2 pont).

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2010. NOVEMBER 27.)**

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

7. osztály

1. feladat (2 pont):

Mutassátok meg, hogy ha az $A = 1 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \cdot 6 + 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 + 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 + \dots$ összeg legalább két-tagú, akkor A nem lehet négyzetszám!

Megoldás:

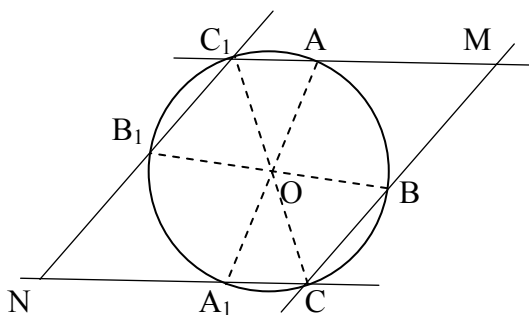
A harmadik tagtól kezdve minden tag 0-ra végződik (1 pont), ezért A utolsó számjegye 7. Négyzetszámok utolsó jegye pedig nem lehet 7 (1 pont).

2. feladat (5 pont):

Az O középpontú kör A, B, C pontjainak átmérősen ellentett pontjai rendre A_1, B_1 és C_1 . Ha AC_1 és BC metszéspontja M , valamint A_1C és B_1C_1 metszéspontja N , mutassátok meg, hogy az M, O és N pontok egy egyenesre esnek!

Megoldás:

Az ACA_1C_1 négyszög átlói felezik egymást (mindkét átló a kör átmérője; CC_1 felezőpontja O), ezért paralelogramma (1 pont), így szemközti oldalai párhuzamosak. Hasonlóan BCB_1C_1 is paralelogramma, így ennek szemközti oldalai is párhuzamosak (1 pont). Eszerint MC_1 párhuzamos NC -vel és hasonlóan MC párhuzamos NC_1 -gyel, és így $MCNC_1$ paralelogramma (1 pont). Így $MCNC_1$ átlói felezik egymást (1 pont), vagyis az MN átló áthalad a CC_1 átló felezőpontján, ami O . Tehát az M, O és N pontok egy egyenesre esnek. (1 pont)



3. feladat (3 pont):

Páros vagy páratlan az első 100 prímszám összege?

Megoldás:

Egyetlen páros prímszám van, a legelső, ami a 2 (1 pont). Egy páros és 99 páratlan szám összegéről van szó (1 pont). Ezért az összeg páratlan (1 pont).

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2010. NOVEMBER 27.)**

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

8. osztály

1. feladat (2 pont):

Határozzátok meg x értékét úgy, hogy az $\overline{1x4}$ és $\overline{4x1}$ számoknak legyen legalább egy, 1-től különböző közös osztójuk!

Megoldás:

A két szám közös osztója a különbségüknek is osztója. $\overline{4x1} - \overline{1x4} = 400 + 10x + 1 - 100 - 10x - 4 = 297$.

297 osztói: 1, 3, 9, 11, 99, 297 (1 pont). A 3, 9 és 11 lehet ezekből csak osztója az $\overline{1x4}$ -nek, ez pedig akkor következik be, ha x értéke: 1, 4, 5 vagy 7 (1 pont).

A 2 pont akkor is megadható, ha módszeres próbálkozással találják meg az összes megoldást. Ha nincs meg mind a négy, akkor csak 1 pont adható (már egy jóért is).

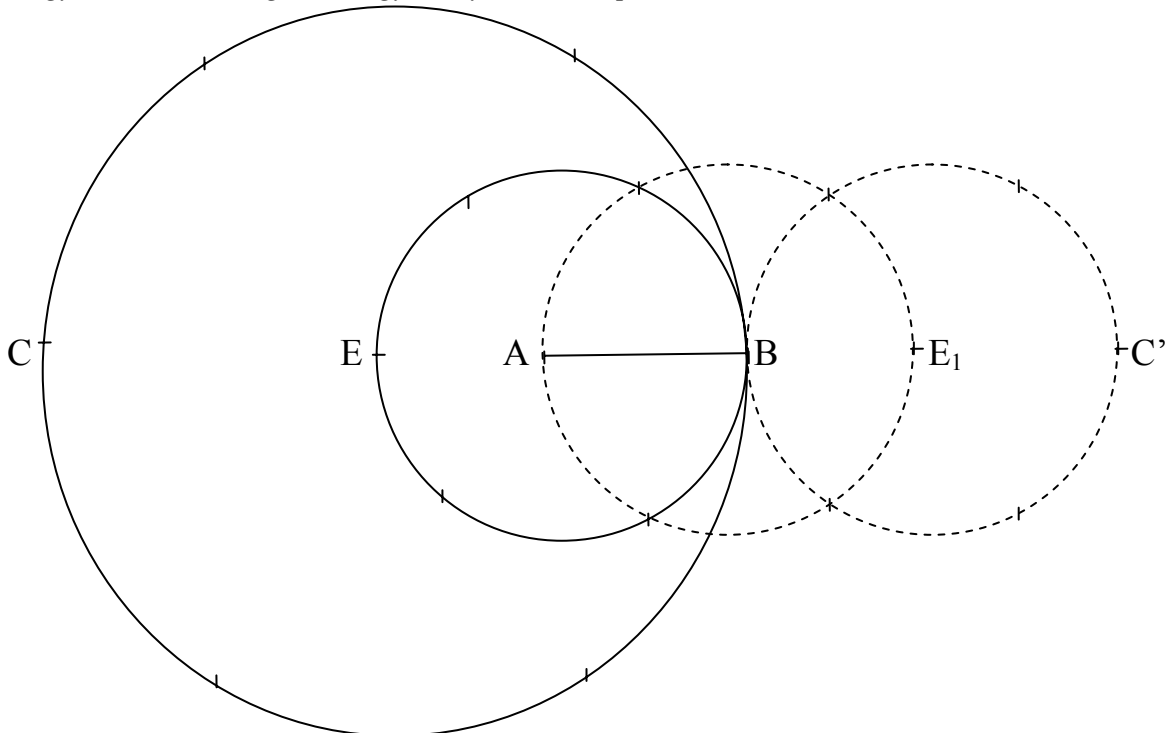
2. feladat (5 pont):

Adott egy szakasz két végpontja: A és B . Csak körző segítségével szerkesszék meg az AB egyenesnek azt a C pontját, amelyre $AC = 3 \cdot AB$!

Megoldás:

A középponttal AB sugarú körben kilépjük a kör kerületén a szabályos hatszög csúcsait, ezzel megtaláljuk a kör B -vel ellentett E pontját (1 pont). Ezt az eljárást megismételjük E középponttal és EB sugárral, így megkapjuk a B -től A irányában lévő C pontot (2 pont). Azonos elgondolással előbb B középponttal AB sugarú körben megszerkesztjük az A -val ellentett E_1 -et, majd ugyanilyen sugarú E_1 középpontú körben B -vel ellentett pont lesz a másik C pont (2 pont).

Ha csak az egyiket keresik meg (mindegy, melyiket), az 3 pont.



3. feladat (3 pont):

Egy téglatest alakú medencében a magassága 80 %-áig van víz. Ha ennek a víznek a 20 %-át még kiengedik, a medence magasságának hány %-áig ér a víz?

Megoldás: 20%-át kiengedik, marad a 80%-nak a 80%-a (2 pont). Így a 64 %-áig ér a víz. (1 pont).