

**BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY**  
**ORSZÁGOS DÖNTŐ – ÍRÁSBELI FORDULÓ, 2013. NOVEMBER 23.**

**MEGOLDÓKULCS és JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ**

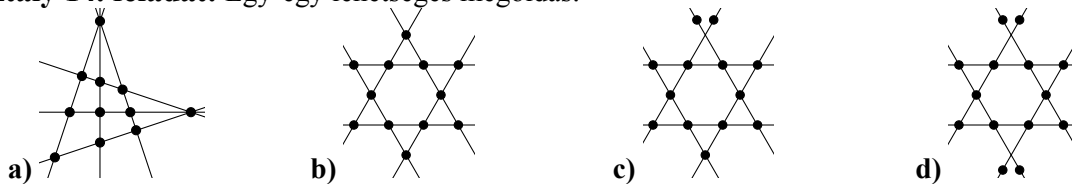
	3. osztály	4. osztály	5. osztály		6. osztály	7. osztály	8. osztály	
1.	A	B C D E	B E	1.	C E	B E	B	1.
2.	D	A C E	D	2.	B	A B C	A B	2.
3.	B C D	B C D	A D	3.	A	A C	A C D E	3.
4.	C	C E	D	4.	E	C D E	D	4.
5.	A C E	C	A B C	5.	B D	B E	D	5.
6.	A B C	A D E	-	6.	B C D	B D E	A B	6.
7.	B E	C D	E	7.	C D E	B E	A C D E	7.
8.	D	B E	B C D	8.	D	E	A B C D E	8.
9.	C D E	E	B C D E	9.	B	C	A B C E	9.
10.	D	A B C D	D	10.	B D	A B C	D	10.
11.	B C D	C	B	11.	C D E	A B C	B D	11.
12.	A C D	A E	A B C D	12.	B	A B C D E	A C E	12.
13.	D	C E	C D E	13.	A C E	B D E	B C E	13.
Max.	117+16 pont	125+16 pont	117+16 pont	Max.	113+16 pont	131+16 pont	131+16 pont	Max.

**3. osztály 14. feladat:** Lehetséges megoldások:

$$3 + (4 \cdot 5) + 6 = 29 \quad (3 + 4) \cdot 5 + 6 = 41 \quad 3 + 4 \cdot (5 + 6) = 47 \quad (3 + 4) \cdot (5 + 6) = 77$$

Helyes egyenlőségenként **4-4 pont**, részenként csak egy jó megoldásra adható pont. (Összesen **max. 16 pont**.)

**4. osztály 14. feladat:** Egy-egy lehetséges megoldás:



Helyes ábránként **4-4 pont**, részenként csak egy jó megoldásra adható pont. (Összesen **max. 16 pont**.)

**5. osztály 14. feladat:** Néhány lehetséges megoldás:

A négy szám	1; 3; 4; 5	2; 4; 5; 6	0; 1; 2; 4	1; 2; 3; 5
Az összegek	4; 5; 6; 7; 8; 9	6; 7; 8; 9; 10; 11	1; 2; 3; 4; 5; 6	3; 4; 5; 6; 7; 8

(További jó megoldást ad minden  $a; a + 2; a + 3; a + 4$ , illetve  $a; a + 1; a + 2; a + 4$  számnégyes, ahol  $a$  tetszőleges egész szám.) Helyes megoldásonként **3 pont** jár a négy számért, **1 pont** a hat összegért. (Összesen **max. 16 pont**.)

**6. osztály 14. feladat:** Két különböző helyes megoldás van:

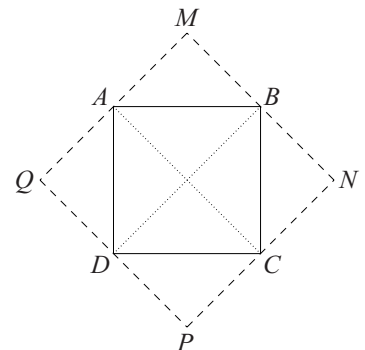
I.  $D = 3, O = 4, R = 5, E = 6, M = 9, I = 0, F = 7, A = 2, S = 1, L = 8$

II.  $D = 2, O = 3, R = 6, E = 7, M = 9, I = 0, F = 4, A = 8, S = 1, L = 5$

Megoldásonként a harmadik helyesen megtalált betűtől kezdődően betűnként **1-1 pont** jár. (Összesen **max. 16 pont**.)

**7. osztály 14. feladat: Egy lehetséges szerkesztés (összesen 8 pont):** A megrajzolt  $ABCD$  négyzet (**2 pont** a helyes rajzért) középpontját tükrözzük mind a négy oldalra (**4 pont**). Az így keletkező  $M, N, P, Q$  pontok lesznek a kétszer akkora területű négyzet csúcsai (**2 pont**). (Egy másik lehetséges szerkesztés: mindkét átlóval párhuzamost szerkesztünk a négyzet azon két csúcsán át, melyek nem részei az adott átlónak. Ezek metszéspontjai lesznek a kétszer akkora területű négyzet csúcsai.)

**Indoklás (összesen 8 pont):** Az átlók által létrehozott négy darab egyenlő szárú derékszögű háromszöget tükröztük (**3 pont**), így a tükrözött szögek nagysága miatt valóban négyzet keletkezik (**2 pont**). Az eredeti négyzetben az átlók által létrehozott négy kis háromszög jelenik meg még egyszer ebben a nagyobb négyzetben, így  $MNPQ$  területe valóban kétszer akkora, mint  $ABCD$  területe (**3 pont**). (Összesen **max. 16 pont**.)



**8. osztály 14. feladat:**  $CF$  meghosszabbításának  $AB$ -vel való metszéspontja legyen  $G$  (**2 pont**). Ekkor  $FDC$  egybevágó  $FAG$ -vel, például a szögek egyenlősége és  $FA = FD$  miatt (**4 pont**). Így  $GA = DC = AB$  (**2 pont**). Ebből adódik, hogy a  $GEB$  derékszögű háromszögben  $AE$  az átfogóhoz tartozó súlyvonal (**2 pont**), emiatt hossza egyenlő az átfogó felével, hiszen a téglalap átlói egyforma hosszúak, és  $GEB$  egy fél téglalap (**4 pont**), így  $EA = AB$  (**2 pont**). (Összesen **max. 16 pont**.)

