BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2015. NOVEMBER 21.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

3. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Az első oldalon 1-gyel kezdve egyesével beszámozták egy könyv összes oldalát. Hány oldalas ez a könyv, ha ehhez 55 számjegyet használtak fel?

Megoldás:
Az első 9 oldalhoz 9 számjegyet használtak, a további oldalakhoz még összesen 55 – 9 = 46 számjegyet (*1 pont*). Ezekhez már kétjegyű számokat kellett használniuk, így még 46 : 2 = 23 oldala van a könyvnek. Tehát összesen 23 + 9 = 32 oldalas a könyv (*1 pont*).

2. feladat (*5 pont*):
A tarjáni harmadik osztályba 3-mal több fiú jár, mint lány. Amikor 3 lány elment rajzversenyre, a többiek úgy tudtak tornaórán három oszlopba felsorakozni, hogy minden lány mindkét oldalára jutott egy-egy fiú. Hány fiú és hány lány jár a tarjáni harmadik osztályba?

Megoldás:
Az osztályban 3-mal több fiú van, mint lány. Amikor elment 3 lány, a fiúk száma 6-tal lett több a lányokénál (*1 pont*). Ha a felsorakozásnál előbb minden lány mellé 1 fiú áll be, akkor ez a 6 fiú be tud állni a lányok másik oldalára. Így ekkor 3·6 = 18 fő van jelen (*2 pont*). Ekkor 3 lány még nincs itt (rajzversenyen van). Az osztály létszáma így 18 + 3 = 21 fő. A lányok száma (21 – 3) : 2 = 9 fő (*1 pont*), a fiúk száma 9 + 3 = 12 fő (*1 pont*). Tehát 9 lány és 12 fiú jár a tarjáni harmadik osztályba.

3. feladat (*3 pont*):
Az asztalon két kupacban füzetek vannak, mindkettőben 10-10 darab. Hány füzetet kell áttenni az első kupacból a másodikba ahhoz, hogy az első kupacban 6 füzettel kevesebb legyen, mint a másodikban?

Megoldás:
3 db-ot (*3 pont*).

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2015. NOVEMBER 21.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

4. osztály

1. feladat (*2 pont*):
A büfében 2 rágó és 1 nyalóka 100 Ft-ba kerül, 2 nyalóka és 1 rágó pedig 80 Ft-ba. Mennyi az ára 1 rágónak és mennyi az ára 1 nyalókának?

Megoldás:
3 rágó és 3 nyalóka 180 Ft-ba kerül, így 1 rágó és 1 nyalóka ára 180 : 3 = 60 Ft (*1 pont*). Ha ez utóbbit összehasonlítjuk azzal, hogy 2 rágó és 1 nyalóka ára 100 Ft, kiderül, hogy 1 rágó ára 40 Ft. Ha pedig azzal hasonlítjuk össze 1 rágó és 1 nyalóka árát, hogy 2 nyalóka és 1 rágó 80 Ft-ba kerül, akkor rájövünk, hogy 1 nyalóka ára 20 Ft (*1 pont*).

2. feladat (*5 pont*):
Ha négyszer annyi pénz lenne a jobb zsebemben, mint amennyi benne van, akkor annyival lenne benne több 100 forintnál, mint amennyi most hiányzik belőle a 100 forinthoz. Hány forint van a jobb zsebemben?

Megoldás:
Jelölje a jobb zsebemben lévő összeget □□ (*1 pont*). Ha négyszer ennyi, azaz □□ □□ □□ □□ lenne benne, az annyival lenne több 100-nál, mint amennyivel □□ kevesebb volt 100-nál (*1 pont*). Vagyis a 100 félúton helyezkedik el □□ és □□ □□ □□ □□ között (*1 pont*), így 5 db □ jelent 100-at, azaz egy □ értéke 20 (*1 pont*). Így a jobb zsebemben □□ = 40 Ft van (*1 pont*).
Más helyes gondolatmenet arányosan pontozandó. Ha egy csapat próbálkozva rátalál a megoldásra, és indokolják, hogy más válasz miért nem lehet jó, hasonlóan jár az 5 pont. Indoklás nélkül csak 2 pont adható.

3. feladat (*3 pont*):
Összesen hány olyan kétjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek szorzata nem több 2-nél?

Megoldás:
Ilyen a 9 darab nullára végződő kétjegyű szám (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90) (*1 pont*) és a 11, 12, valamint a 21 (*1 pont*), tehát összesen tizenkét megfelelő szám van (*1 pont*).
Akkor is jár a 3 pont, ha csak az „összesen tizenkettő” választ adja egy csapat.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2015. NOVEMBER 21.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

5. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Határozzátok meg azt a legnagyobb számot, amelyben elölről a harmadik számjegytől kezdve minden számjegy egyenlő az azt megelőző két számjegy összegével!

Megoldás:
Minél több számjegyből áll, annál nagyobb a szám (*1 pont*). Így a lehető legkisebb számjegyeknek kell az első két helyiértéken állniuk, ezek pedig sorrendben az 1 és a 0. Innen már adódik a többi számjegy: 10112358 a legnagyobb ilyen szám (*1 pont*).

2. feladat (*5 pont*):
Egy tejjel teli 8 literes vödörből ki kell mérni pontosan 4 liter tejet az üres ötliteres kannába úgy, hogy ezeken kívül csak egy 3 literes kannát használhatunk még. Hogyan lehet ezt megcsinálni? (A tejet más edénybe vagy a földre önteni nem szabad.)

Megoldás:
Egy lehetséges kimérés (a feltüntetett számok literben értendők):

8 literes edény	5 literes edény	3 literes edény	
8	0	0	
3	5	0	(*1 pont*)
3	2	3	
6	2	0	(*1 pont*)
6	0	2	(*1 pont*)
1	5	2	(*1 pont*)
1	**4**	3	(*1 pont*)

3. feladat (*3 pont*):
Anna és Bori ugyanabban a lépcsőházban laknak, Anna a 2., Bori a 6. emeleten. A szintek között azonos számú lépcső található. Egy napon mindketten egyszerre indultak haza az 1. emeleten lakó barátjuktól. Hányszor annyi lépcsőt kellett megmásznia Borinak, mint Annának, amíg a saját szintjükre jutottak?

Megoldás:
5-ször annyit. (*1 pont*), ugyanis az 1. és 2. emelet között 1 szintnyi különbséget, míg az 1. és 6. emelet között 5 szintnyi különbséget kell megmászni (*2 pont*).

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2015. NOVEMBER 21.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

6. osztály

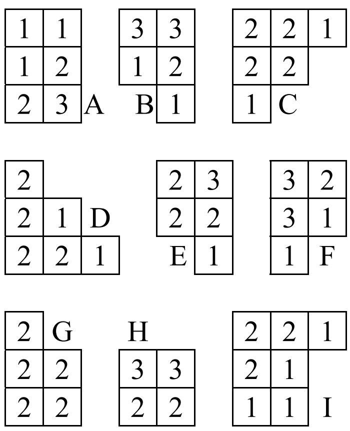
1. feladat (*2 pont*):
Egy gép a következőképpen működik: két számot kell beletáplálni, mire kiad egy harmadikat. Például:

betáplált két szám	Δ	3	3	7	7	2
	□	3	7	3	8	13
kiadott szám	♥	27	63	147	392	?

Mi lehet a szabály, és mit ad ki a gép, ha a két betáplált szám a 2 és a 13?

Megoldás:
Egy lehetséges szabály: $\Delta \cdot \Delta \cdot \square = \heartsuit$ (<u>*1 pont*</u>); így ha a betáplált két szám a 2 és a 13, akkor a kidobott szám az 52 ($2 \cdot 2 \cdot 13 = 52$) (<u>*1 pont*</u>).
Ha ettől eltérő helyes szabályt (és annak megfelelő kiadott számot) talál egy csapat, arányosan jár arra is az 1-1 pont.

2. feladat (*5 pont*):
Tíz egyenlő nagyságú kockából építkeztek a gyerekek. Elkészítették az alaprajzokat is. Mindegyik négyzetre ráírták, hogy arra hány kockát tettek. Némelyik építményekről kiderült, hogy ugyanolyanok, csak más lapjukon, másképpen állnak. Keressétek meg és kapcsoljátok össze ezeket! Állapítsátok meg, hogy összesen hány különböző építmény alaprajzai láthatóak itt!



Megoldás:
Négy különböző építmény van, közülük az egyformák:
A-B-D (<u>*2 pont*</u>), C-E (<u>*1 pont*</u>), G-H (<u>*1 pont*</u>), F-I (<u>*1 pont*</u>).

3. feladat (*3 pont*):
„Hány szem cukorka van a zacskóban?” – kérdezte Katitól Évi.
„Találd ki!” – felelte Kati. – „Ha egyharmad részét ennéd meg, akkor 6-tal több maradna, mintha a felét fogyasztanád el!”
Hány szem cukorka van a zacskóban?

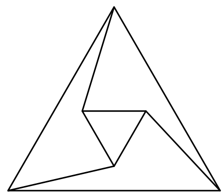
Megoldás:
A fele és a harmada közti rész a mennyiség hatodrészét jelenti (<u>*2 pont*</u>). Mivel a 6 szem cukorka a teljes mennyiség hatodrésze, így 36 szem van a zacskóban (<u>*1 pont*</u>).

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2015. NOVEMBER 21.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

7. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Egy síkságon elterülő városban 6 tér van, és minden tér pontosan 3 másikkal van összekötve egyenes úttal úgy, hogy egyik út sem keresztezi semelyik másikat. Rajzoljátok le egy lehetséges vázlatát ennek a városnak!



Megoldás:
Egy lehetséges vázlat a jobb oldali ábrán látható (*2 pont*).

2. feladat (*5 pont*):
Hét, látszatra egyforma golyó közül az egyik a többitől különböző tömegű, a többi hat tömege azonos. Nem lehet tudni, hogy az eltérő tömegű golyó könnyebb vagy nehezebb a többinél. Hogy lehet legfeljebb három méréssel, kizárólag kétkarú mérleg segítségével kideríteni, hogy melyik az eltérő tömegű golyó, és milyen az eltérés iránya?

Megoldás:
Jelöljük a golyókat az A, B, C, D, E, F, G betűkkel. Egy lehetséges jó méréssorozat a következő:
1. mérés: A-B és C-D (azaz a mérleg egyik oldalára A, B; a másik oldalára C, D kerül)
- 1.a) A két oldal egyenlő, ekkor E, F, G között van az eltérő tömegű golyó.
  - 2. mérés: A-B és E-F
    - 2.a) A két oldal egyenlő, ekkor G az eltérő tömegű golyó.
      3. mérés: A és G, ebből megkapjuk, hogy **G könnyebb vagy nehezebb** a többinél. (*1 pont*)
    - 2.b) A két oldal nem egyenlő, ekkor E és F valamelyike az eltérő tömegű golyó, és az eltérés irányát is megkaptuk (ha E-F könnyebb A-B-nél, akkor az eltérő tömegű golyó is könnyebb a többinél, ellenkező esetben pedig nehezebb).
      3. mérés: A és E, egyenlőség esetén **F az eltérő tömegű golyó, különben pedig E**. (Az eltérés **iránya** a 2. mérésből adódik.) (*1 pont*)
- 1.b) A-B könnyebb C-D-nél, ekkor E, F, G a hat azonos tömegű golyó közül való.
  - 2. mérés: C-E és B-D
    - 2.a) A két oldal egyenlő, ekkor **A az eltérő tömegű** golyó, amely **könnyebb** a többinél. (*1 pont*)
    - 2.b) C-E könnyebb B-D-nél, ekkor **D az eltérő tömegű** golyó, amely **nehezebb** a többinél. (Az eltérő tömegű golyónak mindkét mérésben ugyanazon a (könnyebb vagy nehezebb) oldalon kellett szerepelnie, ezért ez csak D lehet, amely csak nehezebb lehet a többinél.) (*1 pont*)
    - 2.c) C-E nehezebb B-D-nél, ekkor A és D biztosan a hat azonos tömegű golyó közül való (A csak az első mérésben szerepel, D pedig mindkét alkalommal ugyanazon az oldalon, így nem fordulhat meg a mérleg állása.) Két eset lehetséges: vagy C a keresett golyó, amely nehezebb a többinél (hiszen mindkét mérésben a nehezebb oldalon szerepelt), vagy B a keresett golyó, amely könnyebb a többinél (hiszen mindkét mérésben a könnyebb oldalon szerepelt).
      3. mérés: A és C, egyenlőség esetén **B az eltérő tömegű** (**könnyebb**) golyó, különben pedig **C** (amely **nehezebb**). (*1 pont*)
- 1.c) A-B nehezebb C-D-nél, ez az 1.b) szerint oldható meg (A-B és C-D szerepének felcserélésével).

3. feladat (*3 pont*):
Egy diák az A osztályból átiratkozott a B osztályba, s emiatt a B osztály átlagmagassága megnőtt. Lehet-e, hogy az átiratkozás miatt az A osztály átlagmagassága is nőtt? Ha igen, miért, és ha nem, miért nem?

Megoldás:
Igen, lehet (*1 pont*), például akkor, ha az átiratkozott gyerek az A osztályban a legalacsonyabb volt, a B osztályban pedig a legmagasabb lesz (*2 pont*).

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – SZÓBELI (2015. NOVEMBER 21.)

FELADATOK ÉS MEGOLDÁSOK

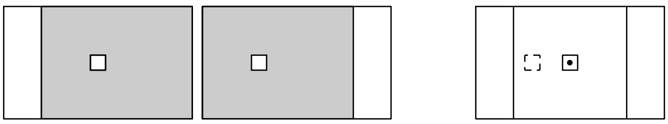
8. osztály

1. feladat (*2 pont*):
Két háromjegyű szám összege osztható 37-tel. Ha a két számot egymás mellé írjuk, egy hatjegyű számot kapunk. Igazoljuk, hogy ez a hatjegyű szám is osztható 37-tel!

Megoldás:
Jelölje az egyik háromjegyű számot A, a másikat B. Ekkor ha az A után írjuk a B-t, a következőképpen felírható számot kapjuk: 1000A + B (*1 pont*).
Azt tudjuk, hogy A + B osztható 37-tel, ezért a kapott számot írjuk fel A + B + 999A alakban. Elég megmutatni, hogy 999A osztható 37-tel. Ez igaz, mert $999 = 27 \cdot 37$, tehát a hatjegyű szám valóban osztható 37-tel (*1 pont*).

2. feladat (*5 pont*):
Andris kivágott egy kartonlapból két egybevágó alakzatot, és átfedéssel rátette ezeket egy téglalap alapú doboz aljára úgy, hogy azt teljesen lefedte (a kartonok nem hajlottak meg, és teljes egészében a doboz aljára illeszkedtek). Ezután belülről egy szöget ütött a doboz aljának közepébe úgy, hogy azt teljesen átütötte. Lehetséges-e, hogy a szög átszúrta az egyik kartont, de nem szúrta át a másik kartont?

Megoldás:
Igen, lehetséges (*1 pont*). A kiinduló alakzat lehet például két olyan téglalap, amelyek egymásra csúsztatva egy szélesebb téglalappá állnak össze. Ekkor a doboz aljának középpontja mindkét alakzatban megtalálható. Ezt elkerülni úgy lehetséges, ha a doboz aljának középpontja nem egyezik meg az eredeti téglalapok középpontjával, és az egyik téglalapon egy kicsi lyukat vágunk azon a helyen, ami később a doboz aljának középpontjába kerül (majd a másik, eltolt téglalap megfelelő részén is kivágjuk ezt a lyukat). Az alábbi ábrákon a nagy téglalap jelöli a doboz alját, a két szürke rész külön-külön a két egybevágó alakzatot, az utolsó ábrán pedig a két alakzatot láthatjuk egymásra csúsztatva, az átütött szög helyével együtt.



Egy jó ábra 2 pont. Indoklása, hogy az miért megfelelő, 2 pont.

3. feladat (*3 pont*):
Egy különös óra mutatói egyenletesen járnak. A percmutató minden 65. percben megelőzi az óramutatót. Siet-e ez az óra vagy késik?

Megoldás:
Siet (*1 pont*). Ugyanis ha elképzeljük, hogy mindkét mutató a 12-esről indul, és szabályosan jár az óra, akkor 60 perc után az óramutató az 1-esre, a percmutató a 12-esre kerül. Még 5 perc elteltével, azaz összesen 65 perc után a percmutató az 1-esen, míg az óramutató onnan már kicsivel előbbre járna (*1 pont*). Tehát szabályosan járva, 65 perc elteltével még nem érné utol a percmutató az óramutatót. Mivel ennél a különleges óránál 65 perc elteltével ez már bekövetkezik, ezért gyorsabb a mutatók mozgása, így ez az óra siet (*1 pont*).