

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

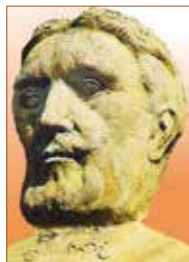
Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

**2014/15.**  
**Országos döntő**  
**12. osztály**



BOLYAI JÁNOS

### A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

### A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

### A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

### A feladatsorok lektorálói:

SZÁMADÓ LÁSZLÓ középiskolai tanár  
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

### Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

<http://www.bolyaiverseny.hu>

**Az 1-4. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.**

- Karcsi lerajzolt egy négyzetrácsra néhány különböző 10 egységnyi területű, egyenlő szárú háromszöget úgy, hogy a háromszögek összes csúcsa rácspont, és minden háromszög valamelyik oldala rácsvonalra illeszkedik. (Két háromszöget akkor tekintünk különbözőnek, ha nem egybevágók.) Az alábbiak közül hány ilyen háromszöget rajzolhatott le Karcsi?  
 (A) 4            (B) 5            (C) 6            (D) 7            (E) 8
- Andris egy olyan trapézra rajzolt, amely alapjainak hossza 10 cm és 20 cm, magasságának hossza pedig 12 cm. Az alábbiak közül hány centiméter lehet ennek a trapézknak a kerülete?  
 (A) 48            (B) 52            (C) 56            (D) 60            (E) 64
- Melyik állítás igaz az alábbi kijelentések közül?  
 (A) Ha  $a, b, c > 0$ , akkor  $(a+b)(b+c)(c+a) < 8abc$ .  
 (B)  $\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{6}}{4}$ .  
 (C)  $\sin 1^\circ + \cos 1^\circ$  irracionális szám.  
 (D) Bármely háromszög oldalainak hosszai megegyezhetnek egy másik háromszög súlyvonalainak hosszával.  
 (E) Bármely háromszög oldalainak hosszai megegyezhetnek egy másik háromszög magasságvonalainak hosszával.
- Az  $ABC$  szabályos háromszög köré írt körön vegyünk fel egy  $P$  pontot. Az alábbiak közül mely  $n$  természetes szám esetén nem függ  $P$  helyzetétől a  $PA^n + PB^n + PC^n$  összeg értéke?  
 (A) 1            (B) 2            (C) 3            (D) 4            (E) az előzőek egyike sem

**A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!**

5. Határozzátok meg mindazokat az  $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  függvényeket, amelyekre

$$f(4) = 4 \text{ és } \frac{1}{f(1) \cdot f(2)} + \frac{1}{f(2) \cdot f(3)} + \dots + \frac{1}{f(n) \cdot f(n+1)} = \frac{f(n)}{f(n+1)}.$$

Válaszotokat indokoljátok!