

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2015/16. ORSZÁGOS DÖNTŐ 10. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-4. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Az alábbiak közül melyik szám állítható elő a négy alapművelet, a négyzetgyökvonás, az egészrész-képzés és legfeljebb három darab 4-es számjegy segítségével?
 (A) 33 (B) 777 (C) 2015 (D) 2016 (E) 2017
2. Az $ABCD$ konvex négyszögben M a BC -nek, N a CD -nek felezőpontja. Legyen P az AM és BN metszéspontja. Ha $\frac{PM}{AM} = \frac{1}{5}$ és $\frac{PB}{BN} = \frac{2}{5}$, akkor az alábbiak közül melyik állítás igaz biztosan az $ABCD$ négyszögre?
 (A) $ABCD$ trapéz (B) $ABCD$ deltoid (C) $ABCD$ paralelogramma
 (D) $ABCD$ téglalap (E) $ABCD$ négyzet
3. Egy 10×10 -es sakktabla minden egyes mezőjét kiszíneztük valamilyen színnel úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a mezők színei között legfeljebb 5 különböző szín fordul elő. Az alábbiak közül összesen hány különböző színt használhattunk fel a 10×10 mező színezéséhez?
 (A) 40 (B) 41 (C) 42 (D) 43 (E) 44
4. Az alábbiak közül mennyi lehet n értéke, ha minden valós a_1, a_2, \dots, a_n -re igaz az $(a_1 - a_2) \cdot (a_1 - a_3) \cdot \dots \cdot (a_1 - a_n) + (a_2 - a_1) \cdot (a_2 - a_3) \cdot \dots \cdot (a_2 - a_n) + \dots + (a_n - a_1) \cdot (a_n - a_2) \cdot \dots \cdot (a_n - a_{n-1}) \geq 0$ állítás?
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

5. Bizonyítsátok be, hogy bármely pozitív valós x, y számok esetén teljesül az

$$\frac{x}{x^4 + y^2} + \frac{y}{y^4 + x^2} \leq \frac{1}{xy} \text{ egyenlőtlenség!}$$