

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

# 2015/16. ORSZÁGOS DÖNTŐ 10. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

### A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

### A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

### A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

### A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

### Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

**Az 1-4. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.**

- Az alábbiak közül melyik szám állítható elő a négy alapművelet, a négyzetgyökvonás, az egészrész-képzés és legfeljebb három darab 4-es számjegy segítségével?

(A) 33      (B) 777      (C) 2015      (D) 2016      (E) 2017
- Az  $ABCD$  konvex négyszögben  $M$  a  $BC$ -nek,  $N$  a  $CD$ -nek felezőpontja. Legyen  $P$  az  $AM$  és  $BN$  metszéspontja. Ha  $\frac{PM}{AM} = \frac{1}{5}$  és  $\frac{PB}{BN} = \frac{2}{5}$ , akkor az alábbiak közül melyik állítás igaz biztosan az  $ABCD$  négyszögre?

(A)  $ABCD$  trapéz      (B)  $ABCD$  deltoid      (C)  $ABCD$  paralelogramma  
(D)  $ABCD$  téglalap      (E)  $ABCD$  négyzet
- Egy  $10 \times 10$ -es sakktabla minden egyes mezőjét kiszíneztük valamilyen színnel úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a mezők színei között legfeljebb 5 különböző szín fordul elő. Az alábbiak közül összesen hány különböző színt használhattunk fel a  $10 \times 10$  mező színezéséhez?

(A) 40      (B) 41      (C) 42      (D) 43      (E) 44
- Az alábbiak közül mennyi lehet  $n$  értéke, ha minden valós  $a_1, a_2, \dots, a_n$ -re igaz az  $(a_1 - a_2) \cdot (a_1 - a_3) \cdot \dots \cdot (a_1 - a_n) + (a_2 - a_1) \cdot (a_2 - a_3) \cdot \dots \cdot (a_2 - a_n) + \dots + (a_n - a_1) \cdot (a_n - a_2) \cdot \dots \cdot (a_n - a_{n-1}) \geq 0$  állítás?

(A) 3      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

**A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!**

- Bizonyítsátok be, hogy bármely pozitív valós  $x, y$  számok esetén teljesül az

$$\frac{x}{x^4 + y^2} + \frac{y}{y^4 + x^2} \leq \frac{1}{xy} \text{ egyenlőtlenség!}$$