

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2015/16.
KÖRZETI FORDULÓ
10. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Melyik állítás igaz az alábbiak közül?
 (A) Ha $x^2 = 4$, akkor $x = 2$. (B) Ha $x = 2$, akkor $2x + 24 = 28$.
 (C) Ha $x = 3$, akkor $x^2 = 9$. (D) $x = 5$ akkor és csak akkor, ha $x^2 = 25$.
 (E) $x^2 = 16$ akkor és csak akkor, ha $x = 4$.
- Az alábbiak közül hány hozzá hasonló háromszögre darabolható fel bármelyik háromszög?
 (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10
- Ha az $(a + b + c - d)(p - q - r + s - t)(u - v + w)$ algebrai kifejezésben felbontanánk a zárójeleket, eredményül az $apu - apv + apw + \dots$ összeget kapnánk. Ha ennek minden tagját leírnánk, összesen hány tag előtt állna negatív előjel?
 (A) 5 (B) 12 (C) 18 (D) 29 (E) 31
- Adott egy síkban 5 pont, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre. Az 5 pont által meghatározott összes szakasz mindegyikét pirosra vagy zöldre színezték. Az alábbiak közül összesen mennyi lehet az olyan háromszögek száma, amelyeknek vagy mindhárom oldala piros, vagy mindhárom oldala zöld, és csúcsai az adott 5 pont közül valók?
 (A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- Tekintsük az $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \dots, \frac{n-1}{n}$ törtet, ahol n 2-nél nagyobb pozitív egész. Az alábbi állítások közül melyik igaz ezekre a törtekre?
 (A) Van olyan n , amelyre a nem egyszerűsíthető törték száma páros.
 (B) Van olyan n , amelyre a nem egyszerűsíthető törték száma páratlan.
 (C) Az összes lehetséges n -re a nem egyszerűsíthető törték száma páros.
 (D) Az összes lehetséges n -re a nem egyszerűsíthető törték száma páratlan.
 (E) Az előző négy állítás között pontosan egyetlen igaz van.
- Mennyi az $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{2015 \cdot 2017}$ összeadás eredménye?
 (A) $\frac{1008}{2017}$ (B) $\frac{2015}{2016}$ (C) 1 (D) $\frac{2016}{2017}$ (E) 1-nél több

- Határozzátok meg a és b értékét úgy, hogy az $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{ha } 0 \leq x < 1 \\ 2x^2, & \text{ha } 1 \leq x \leq 2 \\ ax + b, & \text{ha } 2 < x \leq 3 \end{cases}$

függvény esetén minden $y \in [0; 8]$ érték egyetlen $x \in [0; 3]$ változónak a képe legyen! Mennyi lehet a értéke?

- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 4
- Az alábbiak közül melyik található meg biztosan egy olyan négyjegyű négyzetszám jegyei között, amelynek első két jegye is egyenlő, valamint utolsó két jegye is egyenlő?
 (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9
 - Ha a, b, c, d négy olyan egész számot jelöl, amelyekre $a < b < c < d$, akkor a $(b - a) \cdot (c - a) \cdot (d - a) \cdot (d - c) \cdot (d - b) \cdot (c - b)$ szorzat az alábbiak közül mivel osztható biztosan?
 (A) 2-vel (B) 3-mal (C) 4-gyel (D) 6-tal (E) 12-vel
 - Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza a és b ($a \neq b$), átfogójának hossza c , míg beírt körének sugara r . Az alábbi állítások melyike lehet igaz?
 (A) $r < \frac{1}{2}a$ (B) $r > \frac{1}{2}b$ (C) $r < \frac{1}{4}c$ (D) $r = \frac{1}{4}c$ (E) $r > \frac{1}{4}c$
 - Mennyi lehet $ab + cd$ értéke, ha tudjuk, hogy $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 1$ és $ac + bd = 0$?
 (A) -1 (B) 0 (C) 0,5 (D) 1 (E) 2
 - Összesen hány $(x; y)$ rendezett egész számpár megoldása van az $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$ egyenletnek?
 (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) az előzőek egyike sem
 - Összesen hány különböző téglalapot lehet kijelölni egy 8×8 -as négyzetrácson úgy, hogy a téglalapok oldalai rácsegyenesek legyenek?
 (A) 204 (B) 512 (C) 784 (D) 1296 (E) 3240

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

- Adott az ábrán látható ABE háromszög. Az AE oldalnak M és C olyan pontjai, amelyekre $AM = MC = CE = a$ és $BM = 2a$. Legyen BA meghosszabbításán D olyan pont, amelyre $BA = AD$. Bizonyítsátok be, hogy ekkor DM merőleges BE -re!

