

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2015/16. KÖRZETI FORDULÓ 11. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Két szabályos dobókockával egymás után egyet-egyed dobunk. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a dobások átlaga egész szám?
(A) 0,3 (B) 0,4 (C) 0,5 (D) 0,6 (E) az előzőek egyike sem
- A 64 mezőből álló 8×8 -as sakktáblára egy tetszőleges egyenes vonalat rajzolunk. Az alábbiak közül összesen hány mező belsején mehet keresztül ez a vonal?
(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17
- Az alábbiak közül hány (nem feltétlenül egyforma méretű) kockára darabolható fel egy kocka?
(A) 20 (B) 22 (C) 38 (D) 2015 (E) 2016
- Összesen hány valós megoldása van a $\log_{4x} 64 - \log_{2x} 64 + \log_x 2 = 0$ egyenletnek?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- Összesen mennyi lehet az $x^2 + ax + b = 0$ és $x^2 + bx + a = 0$ egyenletek különböző valós gyökeinek száma, ha $a + b + 1 < 0$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- Adott az egységoldalú $ABCD$ négyzet és egy CD átmérőjű félkör. Kössük össze az AB oldal tetszőleges M pontját a négyzet O középpontjával, az MO egyenes és a félkör metszéspontját pedig jelölje P . Ha az M pontot úgy mozgatjuk az AB oldalon, hogy MP értéke a lehető legnagyobb legyen, akkor mekkora lehet ez az érték?
(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{5}{4}$ (E) $\frac{3}{2}$
- Mennyi az $\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{2014 \cdot 2017}$ összeadás eredménye?
(A) 1-nél kevesebb (B) $\frac{672}{2017}$ (C) $\frac{2014}{2017}$ (D) $\frac{2016}{2017}$ (E) 1-nél több
- Összesen hány nullára végződik $1000!$ tízes számrendszerbeli értéke?
(A) 200 (B) 240 (C) 241 (D) 249 (E) 256

- Egy kör kerületét 11 ponttal egyenlő nagyságú ívekre bontottuk. Összesen hány olyan háromszög van, amelynek csúcsai ezen pontok közül valók, és a kör középpontja a háromszög belsejébe esik?
(A) 33 (B) 55 (C) 99 (D) 110 (E) 165
- Egy 10×10 -es sakktábla minden egyes mezőjét kiszíneztük valamilyen színnel úgy, hogy minden sorban és minden oszlopban a mezők színei között legfeljebb 5 különböző szín fordul elő. Az alábbiak közül összesen hány különböző színt használhattunk fel a 10×10 mező színezéséhez?
(A) 40 (B) 41 (C) 42 (D) 43 (E) 44
- Egy rombusz oldalai fölé kifelé négyzeteket emelünk, a négyzetek középpontjai legyenek A, B, C és D . Ekkor az $ABCD$ négyszög...
(A) lehet paralelogramma (B) biztosan paralelogramma (C) lehet rombusz (D) lehet négyzet (E) biztosan négyzet
- Adott egy téglalap alakú papírlap. Szemközti oldalainak felezőpontjait összekötve két egymásra merőleges egyenest kapunk. A lapot összehajtjuk először az egyik, majd a másik egyenes mentén. Az így négyrét hajtott papíron kijelölünk 2 különböző pontot (ezek nem esnek a hajtásvonalakra), majd a kijelölt pontoknál túvel átszúrjuk a lapot úgy, hogy mindegyik rétegen látni lehessen a kijelölt pontokat, végül pedig a papírt újra széthajtjuk. Összesen hány egyenest határoznak meg a kapott pontok?
(A) 12 (B) 18 (C) 22 (D) 24 (E) 28
- Az alábbiak közül mennyi lehet az
$$\begin{cases} x + y + xy = -4 \\ y + z + yz = 11 \\ z + x + zx = -5 \end{cases}$$
 egyenletrendszer megoldásában az ismeretlenek valamelyikének értéke?
(A) -6 (B) -5 (C) -3 (D) 2 (E) 3

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

- Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olyan függvény, hogy $f(f(x)) = x^2 - x + 1$ teljesül bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén. Bizonyítsátok be, hogy $f(1) = 1$!