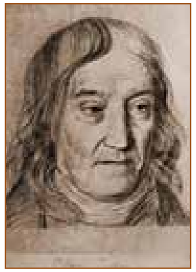
„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2016/17.

ORSZÁGOS DÖNTŐ

9. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:
TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu/matek912

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Adott az 123456789 szám. Egy lépés során kiválasztunk két egymás melletti számjegyet, amelyek egyike sem 0, mindkettőt csökkentjük 1-gyel, és felcseréljük a helyüket. Legkevesebb hány ilyen lépés után kaphatjuk meg az így elérhető legkisebb 9-jegyű számot?

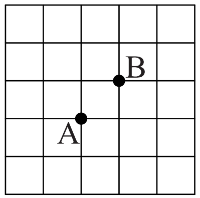
(A) *10* **(B)** *14* **(C)** *18* **(D)** *20* **(E)** *22*

2. Egy kísérlet során 100 baktérium és 2 vírus kerül egy kémcsőbe. Minden vírus minden másodpercben megöl egy baktériumot, majd rögtön ezután minden megmaradt baktérium és minden vírus kettéosztódik. Az alábbiak közül hány másodperc elteltével nem él már baktérium ebben a kémcsőben?

(A) *25* **(B)** *45* **(C)** *51* **(D)** *60*

(E) *Akárhány másodperc után lesz még élő baktérium ebben a kémcsőben.*

3. Az ábrán Fény városának alaprajzát láthatjátok, ahol a legkisebb négyzetek oldalai 1-1 km hosszúak. Béla, hogy kíváncsiságát kielégítse, taxival szeretne eljutni az A-val jelzett vasútállomásról a B-vel jelzett szállodához a vonallal jelzett utak mentén úgy, hogy egyetlen kereszteződésen se haladjon át kétszer. Az ezen feltételekkel választható utak közül hány kilométeres a leghosszabb?



(A) *31* **(B)** *32* **(C)** *33* **(D)** *34* **(E)** *35*

4. Van egy hatalmas, négyzet alakú papírlapunk. Egy egyenes vágással kettédaraboljuk. Az egyik keletkezett darabot újra egy egyenes mentén kettévágjuk, és ezt többször egymás után megismételjük. Az alábbiak közül hány ilyen vágással érhető el, hogy a négyzet alakú papírlap keletkező darabjai között legyen tíz darab nyolcoldalú sokszög?

(A) *46* **(B)** *47* **(C)** *48* **(D)** *49* **(E)** *50*

5. Tüntess szigeten, ahol mindössze 96 fő lakik, a kormány 5 rendeletet szeretne életbe léptetni. Minden rendelettel pontosan a lakosság fele nincs megelégedve. Ha egy lakos nincs megelégedve a rendeletek több mint a felével, akkor tüntetni megy. Az alábbiak közül pontosan hány lakos mehet tüntetni?

(A) *50* **(B)** *70* **(C)** *80* **(D)** *90* **(E)** *96*

6. Összesen hány olyan racionális $(x;\, y;\, z)$ számhármas létezik, amelyre a $\sqrt{\frac{1}{(x-y)^2}+\frac{1}{(y-z)^2}+\frac{1}{(z-x)^2}}$ kifejezés értéke racionális?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *végtelen sok*

7. Egy körbe kétféle tízszöget írunk. Az egyik egy szabályos tízszög, amelyet úgy kapunk, hogy a kör kerületét tíz egyenlő részre osztjuk, és a szomszédos osztópontokat összekötjük egymással. A másik egy úgynevezett szabályos csillagtízszög, amelyet úgy kapunk, hogy a kör kerületét tíz egyenlő részre osztjuk, és minden osztópontot két-két osztópont átugrásával a rákövetkező harmadik osztóponttal kötünk össze. Tekintsük e kétféle tízszög oldalhosszának különbségét (a nagyobb értékből vonjuk ki a kisebbet). Ez a különbség egyenlő a kör sugarának…

(A) $\frac{3}{4}$*-ével* **(B)** *több mint* $\frac{3}{4}$*-ével* **(C)** *több mint* $\frac{4}{5}$*-ével*

(D) $\frac{5}{4}$*-ével* **(E)** *több mint* $\frac{5}{4}$*-ével*

8. A 2017-et felbontottuk néhány (egy vagy több) természetes szám összegére. Ezeket a természetes számokat köbre emeltük, a köböket összeadtuk, és az összeget elosztottuk 6-tal. Mennyi lehetett a 6-tal való osztáskor kapott maradék?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

9. Összesen hány olyan 11-gyel osztható háromjegyű szám létezik, amelyben akár az első két jegyet, akár az utolsó két jegyet cseréljük fel, prímszámot kapunk?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Lehet-e 13 egymást követő természetes szám négyzetének összege négyzetszám? Válaszotokat indokoljátok!