

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2016/17. ORSZÁGOS DÖNTŐ 11. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



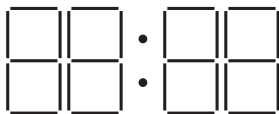
<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Adott az 123456789 szám. Egy lépés során kiválasztunk két egymás melletti számjegyet, amelyek egyike sem 0, mindkettőt csökkentjük 1-gyel, és felcseréljük a helyüket. Legkevesebb hány ilyen lépés után kaphatjuk meg az így elérhető legkisebb 9-jegyű számot?

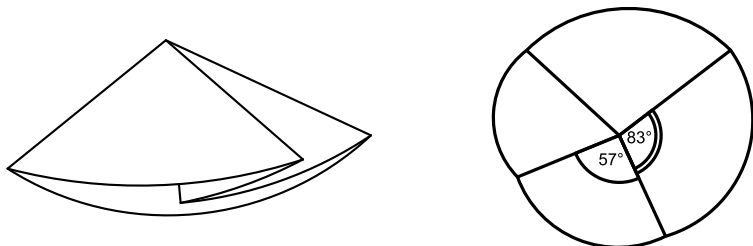
(A) 10 (B) 14 (C) 18 (D) 20 (E) 22

2. Egy óriáskijelzős, órákat és perceket kijelző digitális óra 28 pálcikája közül néhány meghibásodott (a hibás pálcikák nem világítanak). Összesen hány pálcika meghibásodásakor fordulhat elő, hogy a hiba ellenére minden időpontban egyértelműen megállapítható az óra által jelzett idő? (Az óra 0:00-tól 23:59-ig mutatja az időt, a számjegyek alakja a lenti ábrán látható. A hibás pálcikák helyét nem ismerjük előzetesen.)



(A) 7 (B) 10 (C) 13 (D) 16 (E) 19

3. Egy papírdarabot az egyik pontján átmenő négy félegyenes mentén összehajtogatták (a bal oldali ábra szerint), majd egy síkba összenyomták. Utána kihajtogatták és kiemelték a hajtasok vonalait (lásd a jobb oldali ábrán). Így négy közös csúcsú szöget kaptak, amelyek közül az egyik nagysága 57° , egy e mellett lévő pedig 83° . Hány fokos lehet a hiányzó két szög valamelyike?



(A) 97 (B) 117 (C) 123 (D) 143 (E) Az előzőek közül egyik sem.

4. Milyen számjegy áll az $\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{2016}{2017!}$ összeg tizedestört alakjában a tizedesvessző utáni 2017. helyen? (Az $n!$ a pozitív egész számok szorzatát jelenti 1-től n -ig.)

(A) 0 (B) 1 (C) 5 (D) 6 (E) 9

5. Az 1, 2, 3, 4, ..., 99, 100 számok közül bárhogyan törölünk tízet, a megmaradó számok közül biztosan kiválasztható egy számtani sorozat x szomszédos tagja. Az alábbiak közül mennyi lehet x értéke?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

6. Adott egy 16 oldalú konvex sokszög, amelyben nincs három olyan átló, amelyek egy pontban találkoznának. Összesen hány metszéspontja van e sokszög átlóinak a sokszög belsejében?

(A) 1600-nál kevesebb (B) 1600-nál több (C) 2016-nál kevesebb (D) 2016-nál több (E) 5356

7. Adott az $1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot \dots \cdot 98! \cdot 99! \cdot 100!$ szorzat. Az alábbiak közül melyik válaszlehetőségre igaz, hogy ha elhagyjuk a szorzatból a felsorolt tényező(ke)t (és az összes többi tényezőt meghagyjuk), akkor a megmaradó szorzat eredménye négyzetszám lesz?

(A) $1!$ (B) $3! \cdot 4!$ (C) $48! \cdot 49! \cdot 50!$ (D) $50!$ (E) $99! \cdot 100!$

8. Legyen M az $ABCD$ négyzet valamely belső pontja, továbbá P , Q , R és S rendre az MAB , MBC , MCD és MDA háromszögek súlypontja. Az alábbiak közül mennyi lehet a $PQRS$ négyszög és az $ABCD$ négyzet területének aránya?

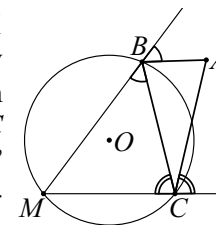
(A) $\frac{1}{5}$ -nél kevesebb (B) $\frac{1}{5}$ -nél több (C) $\frac{1}{4}$ -nél kevesebb (D) $\frac{1}{4}$ -nél több (E) $\frac{1}{3}$ -nál több

9. Zsolt egy olyan háromjegyű számot írt a füzetébe, amely egyenlő számjegyei négyzetösszegének 11-szeresével. Az alábbiak közül melyik számjegy fordulhatott elő a Zsolt által leírt számban?

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 8

A következő feladatot a válaszlapon kijelölt helyén oldjátok meg!

10. Az M csúcsú szög belső tartományában kijelöltünk egy A pontot. Ebből az A pontból elindítottak egy golyót, amely ütközött a szög egyik szárával annak B pontjában, onnan visszapattant, ütközött a szög másik szárával annak C pontjában, majd visszajutott az A pontba. (A „beesési” szög megegyezik a „visszaverődési” szöggel, lásd az ábrát.)



Bizonyítsátok be, hogy a BCM háromszög köré írt kör O középpontja illeszkedik az MA egyenesre!