

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

2016/17. ORSZÁGOS DÖNTŐ 12. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

Az 1-9. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

- Adott az $ABCDEF$ szabályos hatszög, amelynek belsejében pontokat jelölünk ki. Összesen hány pont kijelölésével érhető el az, hogy minden olyan háromszög belsejében, amelynek mindhárom csúcsa a hatszög csúcsai közül való, legalább egy kijelölt pont legyen?
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- Adott egy síkban 5 pont, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre. Az 5 pont által meghatározott összes szakasz mindegyikét pirosra vagy zöldre színezték. Az alábbiak közül összesen hány olyan háromszög keletkezhetett, amelynek vagy mindhárom oldala piros, vagy mindhárom oldala zöld, és csúcsai az adott 5 pont közül valók?
(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- Nyolc valós szám összege $\frac{4}{3}$, és közülük bármely hétnek az összege pozitív. Mi a legkisebb egész érték, amit nyolc ilyen szám közül valamelyik felvehet?
(A) -9 (B) -7 (C) -5 (D) -3 (E) -1
- Mennyi a legtöbb derékszög, amely egy ötlapú test lapszögei között előfordulhat? (Lapszög alatt a test két egymáshoz csatlakozó lapjának hajlásszögét értjük.)
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8
- Nevezzünk egy síkbeli pontot racionálisnak, ha mindkét koordinátája racionális szám. A koordináta-rendszerben megadható olyan kör, amelynek kerületén a racionális pontok száma pontosan...
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
- Mennyi a $\cos 20^\circ \cdot \cos 40^\circ \cdot \cos 80^\circ$ kifejezés pontos értéke?
(A) $\frac{1}{16}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{8}$ (E) az előzőek egyike sem
- Adott a következő két sorozat:
 $a_1 = 1, a_2 = 2$, továbbá $3 \leq n$ esetén $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$;
 $b_1 = 2, b_2 = 1$, továbbá $3 \leq n$ esetén $b_n = b_{n-1} + b_{n-2}$.
Összesen hány olyan természetes szám van, amely mindkét sorozatnak eleme?
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) végtelen sok

- Két játékos, A és B egy n csúcsú teljes gráf éleit felváltva pirosra színezi. (Kezdetben egyik él sem piros, és minden lépésben egy tetszőlegesen választott, még nem piros él kell pirosra színeznii.) Az veszít, aki elsőként hoz létre csupa piros élből álló kört. A játékot A kezdi, és mindketten a lehető legügyesebben játszanak. Az alábbiak közül n mely értéke esetén tudja A megnyerni a játékot?
(A) 33 (B) 100 (C) 2016 (D) 2017 (E) 2018

- Az alábbiak közül hány különböző pont választható ki az egységkörön úgy, hogy közülük bármely kettő által meghatározott húr hossza racionális szám legyen?
(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 11 (E) 2017

A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!

- Az ABC derékszögű háromszögben legyen O az AC átfogó felezőpontja. Vegyük fel az AB oldalon az M pontot, a BC oldalon pedig az N pontot úgy, hogy $\angle MON = 90^\circ$ legyen. Bizonyítsátok be, hogy $AM^2 + CN^2 = MN^2$!