

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

*Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.*

## BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS

### 2016/17. KÖRZETI FORDULÓ 12. OSZTÁLY



BOLYAI JÁNOS

#### A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia alelnöke  
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

#### A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

#### A honlap és az informatikai háttér működtetője:

TASSY GERGELY középiskolai tanár

#### A feladatsorok lektorálója:

TASSYNÉ BERTA ANDREA középiskolai tanár

#### Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

**Az 1-13. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.**

- Egy kötelet félbehajtottak, aztán még egyszer félbehajtották, majd utána még egyszer félbehajtották. Ezután egy egyenes vágással valahol teljesen átvágták a háromszor félbehajtott kötelet, de a vágást nem a hajtásoknál végezték. Az így kapott darabok között van olyan, amelyiknek a hossza 4 m, és olyan is, amelyiknek a hossza 9 m lett. Hány méter lehetett az eredeti kötél hossza?  
(A) 52 (B) 56 (C) 68 (D) 84 (E) 88
- Adottak az  $a, b, c, d$  egész számok. Kiszámolva az  $ab, bc, cd, ad, bd, ac$  szorzatokat, az alábbiak közül összesen hány különböző értéket kaphatunk?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- Adott két háromszög, amelyek szögeinek nagysága páronként azonos, és két-két oldaluk hossza is páronként egyenlő. Ekkor ez a két háromszög...  
(A) biztosan nem egybevágó. (B) biztosan egybevágó.  
(C) lehet, hogy nem egybevágó. (D) lehet, hogy egybevágó, de nem biztos.  
(E) Az előző 4 közül pontosan 2 állítás igaz.
- Gergő meg szeretne adni tizenkét olyan számot, amelyek szorzata nullától különböző, és ha mindegyik számot eggyel csökkenti, a szorzatuk nem változik. Összesen hány különböző helyes példát adhat erre Gergő? (Két példát különbözőnek tekintünk, ha van olyan szám, amely az egyik megoldásban nem ugyanannyiszor szerepel, mint a másikban.)  
(A) Pontosán egyet. (B) Legfeljebb kettőt. (C) Legalább hármat.  
(D) Legalább négyet. (E) Nincsenek ilyen számok, ezért egyet sem.
- Egy  $8 \times 8$  mezőből álló sakktáblát úgy kell feldarabolnunk  $n$  darab téglalapra, hogy egyetlen mezőt sem vághatunk ketté, mindegyik téglalapnak ugyanannyi fehér mezőt kell tartalmaznia, mint feketét, de bármely két különböző téglalapban a fehér mezők számának különböznie kell. Az alábbiak közül  $n$  mely értéke esetén tudjuk ezt megvalósítani?  
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
- Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokat leírjuk valamilyen sorrendben, majd ebből a sorozatból készítünk egy új, második sorozatot: az első sorozat első  $k$  tagjának összege lesz a második sorozat  $k$ -edik tagja. Az alábbiak közül hány prímszám lehet összesen a második sorozatban?  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- Egy kör  $AB$  és  $CD$  húrja a  $P$  pontban metszi egymást. Ha  $AB = 12$  cm,  $DP = 4$  cm és  $PC = 5$  cm, akkor az alábbiak közül mennyi lehet a  $BC$  és  $AD$  hurok hosszának aránya?  
(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{6}{5}$  (D) 2 (E)  $\frac{5}{2}$
- Az  $a, b$  és  $c$  pozitív egészekre  $[a, b] = 60$  és  $[a, c] = 270$  teljesül, ahol  $[a, b]$  az  $a$  és  $b$  számok legkisebb közös többszörösét jelöli. Mennyi lehet  $[b, c]$  értéke?  
(A) 72 (B) 108 (C) 270 (D) 360 (E) 540
- Az alábbiak közül összesen hány tagból állhat egy olyan valós számsorozat, amelyben bármely 7 közvetlenül egymást követő tag összege negatív, de bármely 11 közvetlenül egymást követő tag összege pozitív?  
(A) 13 (B) 16 (C) 18 (D) 2017 (E) nincs ilyen sorozat
- Az alábbiak közül hány oldalú lehet az az egyenlő oldalú sokszög, amelynek minden csúcsa rácspont ugyanazon a négyzetrácson?  
(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 12
- Egy katonának meg kell győződnie arról, hogy egy adott szabályos háromszög alakú terep – a határvonalát is beleértve – aknamentes-e. Észlelő berendezésének hatósugara 100 méter, amely egyenlő a háromszög magassága hosszának felével. A katona a háromszög egyik csúcspontjából indul el. Az alábbiak közül hány méter hosszú út lehet elégséges a terep átvizsgálásához?  
(A) 110 (B) 160 (C) 210 (D) 220 (E) 260
- Adott egy olyan ponthalmaz, amelynek pontjai nincsenek mind ugyanabban a síkban, és a halmaz bármely két különböző  $A$  és  $B$  pontjához mindig található a halmaznak két másik pontja,  $C$  és  $D$  úgy, hogy az  $AB$  és  $CD$  egyenesek párhuzamosak és nem esnek egybe. Az alábbiak közül összesen hány különböző pontból állhat ez a ponthalmaz?  
(A) 10 (B) 14 (C) 22 (D) 27 (E) 30
- Egy háromszögben az egyik oldallal párhuzamosan érintőt húztunk a háromszögbe írható körhöz. Ezen érintőnek a háromszög belsejébe eső darabja az alábbiak közül hányadrésze lehet a háromszög kerületének?  
(A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{6}$  (D)  $\frac{1}{8}$  (E)  $\frac{1}{9}$

**A következő feladatot a válaszlap kijelölt helyén oldjátok meg!**

- Bizonyítsátok be, hogy  $\log_5 10$  nem racionális szám!