„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2020/21.

NEMZETKÖZI DÖNTŐ

12. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:
CSUKA RÓBERT villamosmérnök

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu

Az 1-5. feladatok megoldását a honlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Egy játéktáblán körben 12 mező helyezkedik el. Négy szomszédos mezőn négy különböző színű figura áll ebben a sorrendben: piros, sárga, zöld, kék. Kezdőbetűik segítségével ezt a sorrendet így jelöljük: *PSZK*.
Bármely figura léphet bármely irányban az ötödik mezőre, tehát négy mezőt átugorva, feltéve, hogy szabad az a mező, amelyre lépni akar. Bizonyos számú lépés után a figurák ismét azon a négy mezőn állnak csak más sorrendben. Az alábbiakból mi lehet most a sorrend?

(A) *ZKSP* **(B)** *SPKZ* **(C)** *KZSP* **(D)** *ZSKP* **(E)** *SKPZ*

2. Ábel felírt a táblára néhány különböző egész számot, és ezekre igaz, hogy bármely két különböző szám összege vagy prímszám vagy 2-hatvány. Hány számot írhatott a táblára?
Prímszámnak hívjuk azokat a pozitív egészeket, amelyeknek pontosan két osztójuk van (ilyen pl. a 2, a 7, a 11 vagy a 37); 2 hatványnak hívjuk azokat a pozitív egészeket, amelyek felírhatók 2 valamely hatványaként (ilyen pl. a $8=2^3$, a $32=2^5$, vagy $64=2^6$).

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

3. Adott az a_n sorozat a következőképpen: minden n természetes számra $a_{n+5}+a_{n+1}=a_{n+4}+a_n$. és ha $1\le n\le 5$, akkor $a_n=n^2$. Mennyi lehet a_{2021} ?

(A) *4* **(B)** *16* **(C)** *17* **(D)** *22* **(E)** *Előzőekből egyik sem.*

4. Egészszám-oldalúnak mondunk egy háromszöget, ha oldalai hosszának mértékszáma egész szám. Maximum hány olyan egészszám-oldalú háromszög adható meg, amelynél a kerület és a terület mértékszáma megegyezik? (Tudjuk, hogy ha egy háromszög oldalhosszai *a, b, c* és *p* a félkerülete, akkor ennek a háromszögnek a területe $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$)

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *5-nél több*

5. Adott a síkban 6 különböző pont, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre, és semelyik négy nem esik egy körre. Vizsgáljuk az ezen 6 ponttal mint csúcspontokkal meghatározható háromszögeket. Összesen hány háromszög alkotható a vizsgált háromszögek köré írt körök középpontjaiból? (Mindkét esetben a háromszögek mindhárom csúcsának a megadott pontok közül valónak kell lennie.)

(A) *1024* **(B)** *1080* **(C)** *1110* **(D)** *1125* **(E)** *1140*