„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába."

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®

BOLYAI FARKAS

2021/22.

NEMZETKÖZI DÖNTŐ

11. OSZTÁLY

BOLYAI JÁNOS

A rendezvény fővédnökei:
Prof. Dr. FREUND TAMÁS, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:
NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:
CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:
NAGY KARTAL egyetemi hallgató

Anyanyelvi lektor:
PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár

http://www.bolyaiverseny.hu

Az 1-5. feladatok megoldását a válaszlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

1. Adott a síkon néhány egységsugarú kör, mindegyik középpontját zöldre színezzük. A körvonalakon megjelölünk néhány pontot pirossal úgy, hogy minden körvonalra pontosan 2 piros pont illeszkedjen. Legfeljebb mekkora a zöld pontok száma, ha összesen 25 így színezett pont van?

(A) *18* **(B)** *19* **(C)** *20* **(D)** *21* **(E)** *22*

2. Adott $a>0$, $b>0$, $c>0$ valós számok esetén összesen hány különböző valós gyöke lehet az $ax^2+bx+c=0$, $bx^2+cx+a=0$ és $cx^2+ax+b=0$ egyenleteknek?

(A) *0* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *6*

3. Az 1, 2, 3, 4, 5, …, 2022 egymást követő 2022 szám közül hány megfelelőnek az eltávolításával érhető el, hogy a megmaradók közül egyik se legyen egyenlő másik két különböző megmaradó szorzatával?

(A) *31* **(B)** *41* **(C)** *43* **(D)** *47* **(E)** *51*

4. 2×1-es dominókból tornyot építünk a következő módon. Először elrendezünk 55 dominót úgy, hogy egy 10×11-es téglalapot fedjenek le; ez lesz a torony első szintje. Erre azután további, 55 dominót tartalmazó szinteket építünk, ügyelve arra, hogy minden egyes szint pontosan illeszkedjék az előzőre. Az így kapott építményt akkor nevezzük stabilnak, ha a 10×11-es téglalap minden rácsponttól különböző, belső pontja felett van legalább egy dominónak belső pontja. Az alábbiakból hány szintű lehet egy ilyen stabil torony?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

5. A térben elhelyeztük az *A*, *B*, *C* és *D* pontokat úgy, hogy $AC=10$ és $BD=8$. Legyen *AB* felezőpontja *T*, *BC* felezőpontja *P*, *DC* felezőpontja *Q* és *AD* felezőpontja *R*. Tudjuk még, hogy $QT=9$. Az alábbiak közül hányat választhatunk ki az *A*, *B*, *C*, *D*, *P*, *Q*, *R*, *T* pontok közül úgy, hogy azok egy síkban legyenek?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*