

13. Tükrözzük a hegyesszögű nem egyenlőszárú ABC háromszög oldalegyenesét a rájuk nem merőleges magasság-vonalakra. Az így kapott hat tükörkép közül három az ABC háromszög belsejében fekvő $A_1B_1C_1$ háromszöget, míg a másik három az $A_2B_2C_2$ háromszöget határolja. Ez utóbbi háromszögnek van egy 20° -os és egy 70° -os szöge. Az alábbiakból mekkora lehet az $A_1B_1C_1$ háromszög valamelyik belső szöge?
- (A) 20° (B) $46^\circ 40'$ (C) 60° (D) 70° (E) $73^\circ 20'$

A rendezvény támogatói:

BÉKÁSMEGYERI VERES PÉTER GIMNÁZIUM



ÓBUDA-BÉKÁSMEGYER ÖNKORMÁNYZATA



BME MATEMATIKA INTÉZET



BOLYAI MATEMATIKA CSAPATVERSENY®



BOLYAI FARKAS



BOLYAI JÁNOS

2020/21. KÖRZETI FORDULÓ 10. OSZTÁLY

A rendezvény fővédnökei:

Prof. Dr. FREUND TAMÁS akadémikus, a Magyar Tudományos Akadémia elnöke
Dr. AÁRY-TAMÁS LAJOS, az Oktatási Jogok Biztosa

A verseny megálmodója és a feladatsorok összeállítója:

NAGY-BALÓ ANDRÁS középiskolai tanár

A honlap és az informatikai háttér működtetője:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

A feladatsorok lektorálója:

CSUKA RÓBERT villamosmérnök

Anyanyelvi lektor:

PAPP ISTVÁN GERGELY középiskolai tanár



<http://www.bolyaiverseny.hu/matek912>

„Agykutatóként azt kívánom hazám polgárainak, hogy az agyunkat egyre jobban lefoglaló külső információáradat ellenére képesek legyünk odafigyelni a lélek hangjára, több ezer éves hagyományainkat hordozó belső világunkra. Csak így állíthatjuk alkotóképességünket, vágyainkat, az együttműködő szellem erejét közös felemelkedésünk szolgálatába.”

Idézet Dr. Freund Tamás akadémikus, az első Bolyai-díjas bejegyzéséből a Bolyai Díj Emlékkönyvébe. Budapest, 2000. április 2.

Az 1-13. feladatok megoldását a honlapon a megfelelő helyre tett X-szel jelöljétek! Előfordulhat, hogy egy feladatban több válasz is helyes.

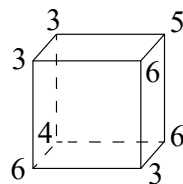
1. Egy horgász a napi zsákmánya össztömegének 35%-át kitevő három legnagyobb halat a mélyhűtőbe tette. A három legkisebb halat, amelyek együttesen a megmaradt rész $\frac{3}{13}$ -át tették ki, elvitte a macska, a többit pedig megfőzték ebédre. Összesen hány halat foghatott a horgász?
- (A) 10 (B) 12 (C) 14 (D) 15 (E) 17

2. Összesen hány olyan pozitív egész n érték létezik, amelyekre $2^n + 65$ négyzetszám?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 4-nél több

3. Egy számítógépes program a következőképpen működik: amikor a képernyőn megjelenik egy szám, rá egy másodpercre új számot ír ki helyette, amit úgy kap, hogy a képernyőn lévő számhoz hozzáadja az utolsó számjegyénél 1-gyel nagyobb számot. Hány prímszám jelenhet meg ezen a képernyőn közvetlenül egymás után?
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

4. Jelöljük az ABC háromszög magasságpontját M -mel. Hány cm távolságra van M a BC oldaltól, ha az A -ból húzott magasság hossza $15 cm$, és a BC oldalt ez a magasság egy $10 cm$ -es és egy $6 cm$ -es szakaszra osztja?
- (A) 2,5 (B) 3 (C) 3,5 (D) 4 (E) 4,5

5. Egy kocka minden egyes csúcsához egy valós számot írtunk. Ezután minden csúcsra kiszámoltuk a vele élben szomszédos három csúcsra írt számok átlagát, és az eredeti szám helyett ezt írtuk az adott csúcsához. Így a mellékelt ábrát kaptuk. Az alábbiakból melyik nem lehetett az eredeti számok közül való?



- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8
6. A négyzetre emelés elvégzése után melyik számjegy áll a $\left(\underbrace{111\dots 11}_{112 \text{ db}}\right)^2$ szám

hátról (végétől) számított hetvenharmadik számjegyeként?

- (A) 0 (B) 2 (C) 6 (D) 8 (E) 9

7. Összesen hány valós számhármás megoldása van a következő egyenletrendszernek?
- $$\begin{cases} x^2 + 2yz = x \\ y^2 + 2zx = y \\ z^2 + 2xy = z \end{cases}$$
- (A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

8. Az alábbiakból összesen hány részre oszthatja a teret 4 olyan különböző sík, amelyek közül semelyik kettő nem párhuzamos?
- (A) 8 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 14

9. Egy jegypénztárnál nyolcan állnak sorba. Négyüknél egy-egy 100 Ft-os, a másik négyénél egy-egy 200 Ft-os van, sorrendjük véletlenszerű. A jegy ára 100 Ft, a kassa kezdetben üres. Mindenki egy jegyet szeretne vásárolni. A lehetséges sorrendek hányadrésze olyan, hogy a pénztáros fennakadás nélkül ki tudja adni a jegyeket?

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{1}{2}$

10. Egy szabályos 30 oldalú sokszög minden csúcsára egy-egy egész számot írtunk úgy, hogy a szomszédos csúcsokra írt számok különbsége 1. Nevezzük hegyszámnak azokat a számokat, amelyek nagyobbak mindkét szomszédjuknál és völgyzámnak azokat, amelyek kisebbek mindkét szomszédjuknál. Az alábbiakból mennyit kaphatunk így, ha a hegyszámok összegéből kivonjuk a völgyszámok összegét?

- (A) 12 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 18

11. Az alábbiakból hány centiméter lehet annak a kockának az éle, amelyikbe befér két darab olyan 1 centiméter sugarú gömb, amelyeknek nincs közös belső pontjuk?

- (A) π (B) 3,16 (C) 3,25 (D) 3,5 (E) 4

12. Az alábbiakból melyik válaszlehetőséggel fejezhető be a következő mondat úgy, hogy az igaz legyen? Vannak olyan x és y pozitív valós számok, amelyekre az x , $y + \frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ számok legkisebb értéke ...

- (A) 1 (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) $\sqrt{3}$